Prof. Dr. Thomas Schneider

Logik
Fragebogen 12 vom 20. 12.

---

1. a) Was ist eine Eigenschaft?

○ eine FO-Formel ○ eine Struktur ○ eine Menge von Strukturen

b) Was bedeutet „eine Menge P von Strukturen ist unter Isomorphie abgeschlossen“?

○ Für alle $\mathfrak{A}, \mathfrak{B} \in P$ gilt: $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ sind isomorph.

○ Für alle $\mathfrak{A} \in P$ und $\mathfrak{B}$ beliebig gilt: $\mathfrak{B} \in P$.

c) Eine Eigenschaft P ist ausdrückbar, wenn es einen FO-Satz φ gibt, der …

○ … von allen Strukturen $\mathfrak{A} \in P$ erfüllt wird.

○ … von allen Strukturen $\mathfrak{A} \in P$ erfüllt wird und von allen anderen nicht.

2. Zum Ende des Beweises von Theorem 3.17: Wir haben gezeigt, dass Γ ein Modell $\mathfrak{A}$ hat. Außerdem sind φ und alle ψ_n in Γ enthalten; also ist $\mathfrak{A}$ auch Modell dieser Formeln. Was folgt daraus über den Graphen $(A, E^{\mathfrak{A}})$?

a) Aus $\mathfrak{A} \models \varphi$ folgt, dass $(A, E^{\mathfrak{A}})$ ______________________________

b) Aus $\mathfrak{A} \models \psi_n$ für alle $n \geq 0$ folgt, dass ______________________________

____

3. Kann man mit dem Kompaktheitstheorem zeigen, dass …

☐ … eine Eigenschaft beliebiger Strukturen nicht ausdrückbar ist?

☐ … eine Eigenschaft endlicher Strukturen nicht ausdrückbar ist?

☐ … eine Eigenschaft unendlicher Strukturen nicht ausdrückbar ist?

4. Welche Bedingungen muss ein partieller Isomorphismus $\delta : A \to B$ erfüllen?

☐ δ ist eine Bijektion.

☐ δ ist total (für alle $a \in A$ gibt es $b \in B$ mit $\delta(a) = b$).

☐ Für alle n-stelligen Relationssymbole R und alle $a_1, \dots, a_n \in A$ gilt: $(a_1, \dots, a_n) \in R^{\mathfrak{A}}$ gdw. $(\delta(a_1), \dots, \delta(a_n)) \in R^{\mathfrak{B}}$.

☐ Für alle n-stelligen Relationssymbole R und alle $a_1, \dots, a_n \in \mathsf{dom}(\delta)$ gilt: $(a_1, \dots, a_n) \in R^{\mathfrak{A}}$ gdw. $(\delta(a_1), \dots, \delta(a_n)) \in R^{\mathfrak{B}}$.

5. Wie kann man die Strukturen $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}$ im 2. Beispiel für Gewinnstrategien ändern, damit *Spoiler* eine Gewinnstrategie für $\mathcal{G}_1(\mathfrak{A}, \mathfrak{B})$ hat?

☐ einen Kreis in $\mathfrak{B}$ erzeugen: Kante von b_4 nach b_1 hinzufügen

☐ alle Kanten in $\mathfrak{B}$ symmetrisch machen (d. h. Rückrichtung hinzufügen)

☐ alle Kanten in $\mathfrak{A}$ löschen

☐ reflexive Kante zu einem Element aus $\mathfrak{B}$ hinzufügen

☐ reflexive Kante zu einem Element aus $\mathfrak{A}$ hinzufügen

☐ reflexive Kante zu einem Element aus $\mathfrak{A}$ und einem Element aus $\mathfrak{B}$ hinzufügen