

Logik

Übungsblatt 2

Abgabe bis **Sa., 11. 11., 23:59 Uhr** in Stud.IP, Ordner „Abgabe Übungsblatt 2“, als PDF.
Bitte nur eine Datei pro Gruppe, Lizenz „Selbst verfasstes, nicht publiziertes Werk“.

1. (25 %) Wende den Polyzeit-Algorithmus aus der Vorlesung an, um die Erfüllbarkeit folgender Horn-Formeln zu entscheiden. Im Fall von Erfüllbarkeit gib ein minimales Modell für die Formel an.

a) $(\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_2 \vee x_3) \wedge x_1 \wedge \neg x_4 \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3 \vee x_4)$

b) $(\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge x_1 \wedge (x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_5) \wedge x_2 \wedge (\neg x_1 \vee x_4 \vee \neg x_5)$

2. (30 %) Beweise die folgenden Aussagen:

a) $\varphi \wedge (\varphi \rightarrow \psi) \models \psi$

b) Wenn $\varphi \models \psi$ und $\varphi \models \neg\psi$, dann ist φ unerfüllbar.

c) $\varphi \models \psi$ gilt genau dann, wenn $\varphi \rightarrow \psi$ gültig ist.

d) $\varphi \models \psi$ gilt genau dann, wenn $\varphi \wedge \neg\psi$ unerfüllbar ist.

e) Eine DNF-Formel ist genau dann erfüllbar, wenn sie ein Disjunkt ohne Literale der Form $x, \neg x$ enthält.

Hinweis: Verwende die Definition der Begriffe Gültigkeit, Erfüllbarkeit, \models usw.

3. (25 %)

- a) Berechne $\text{Res}^*(M)$ für die Klauselmengemenge M , die der folgenden Formel entspricht:

$$(\neg x_1 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_4) \wedge x_4$$

Ist die Formel erfüllbar?

- b) Gib einen Resolutionsbeweis für die Unerfüllbarkeit der folgenden Formel an:

$$(\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_4) \wedge (x_1 \vee \neg x_3) \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge (x_4 \vee \neg x_5) \wedge x_5$$

- c) Berechne $\text{ERes}^*(M)$ für die Klauselmengemenge M , die der folgenden Horn-Formel entspricht:

$$x_1 \wedge (x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_1 \wedge x_4 \rightarrow x_3) \wedge (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \rightarrow 0) \wedge x_4$$

Ist die Formel erfüllbar?

4. (20 %) Zeige, dass Einheitsresolution nicht vollständig ist, wenn man sie auf *beliebige* Klauselmengen anwendet.

5. **Zusatzaufgabe** (20 %)

Eine *Dual-Horn-Formel* ist eine KNF-Formel $\varphi = \bigwedge_i \bigvee_j \ell_{i,j}$, so dass jede Disjunktion $\bigvee_j \ell_{i,j}$ höchstens ein *negatives* Literal enthält.

a) Zeige: Erfüllbarkeit für Dual-Horn-Formeln ist in Polynomialzeit lösbar.

b) Ist für Dual-Horn-Formeln auch Gültigkeit in Polynomialzeit lösbar? Begründe kurz.