Prof. Thomas Schneider, Dr. Jean Christoph Jung WS 2015/16

Theoretische Informatik 1

Blatt 9

Abgabe: bis **14.12.2015 um 14 Uhr** Besprechung: KW 51

---

1. (**$3 \times 8 = 24$ Punkte**) Gib für folgende Sprachen L_i, L_i' jeweils eine Typ-i-Grammatik an. Versuche, mit möglichst wenig Produktionen auszukommen.

a) $L_2 = \{a^{n+1}b^{3n+2} \mid n \geq 0\}$

b) $L_3 = \{w \in \{a,b\}^* \mid aa \text{ ist ein Infix von } w \text{ oder } w \text{ hat ungerade Länge}\}$

c) $L_2' = \{xy \mid x, y \in \{a,b\}^*, |x| = |y|, x \neq y^R\}$

Dabei ist das Spiegelwort w^R eines Wortes $w \in \Sigma^*$ definiert wie auf Blatt 3.

2. (**$4 \times 4 = 16$ Punkte**) Gegeben ist die kontextfreie Grammatik

$$G = (N,\, \Sigma,\, \{S \to aABS,\ S \to aAB,\ A \to Aa,\ A \to \varepsilon,\ B \to bB,\ B \to bA\},\ S)$$

mit $N = \{S, A, B\}$ und $\Sigma = \{a, b\}$. Welche der folgenden Wörter sind in $L(G)$; welche nicht? Gib im positiven Fall Ableitungen und im negativen Fall eine Begründung an.

a) $aaaaab$ b) $baaaab$ c) $aabbaa$ d) $abaaba$

3. (**10 Punkte**) Wandle die folgende rechtslineare Grammatik gemäß der Konstruktion aus der Vorlesung in einen NEA um.

$$G = (\{S, X, Y\},\ \{a, b\},\ \{S \to aX,\ X \to aY,\ Y \to aS,\ Y \to b,\ Y \to bX\},\ S)$$

---

4. Gegeben ist die Grammatik $G_0 = (\{S, T, U, V, R\},\ \{a, b\},\ P_0,\ S)$ mit

$$P_0 = \{S \to \varepsilon,\ S \to aSa,\ S \to T,\ S \to R,\ T \to bbT,\ T \to U,$$
$$U \to aaU,\ U \to bbT,\ V \to bSb,\ R \to \varepsilon,\ R \to bSb\}.$$

a) Wandle G_0 in eine äquivalente reduzierte Grammatik G_1 um.
Benutze das Verfahren aus der Vorlesung.

b) Bringe G_1 in Chomsky-Normalform (CNF).
Benutze das Verfahren aus der Vorlesung:

  i) Wandle G_1 in eine äquivalente ε-freie Grammatik G_2 um.

  ii) Wandle G_2 in eine äquivalente Gramm. G_3 ohne Kettenregeln um.

  iii) Wandle G_3 in eine äquivalente Grammatik G_4 in CNF um.

5. Gegeben ist die Typ-2-Grammatik $G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$ mit

$$P = \{S \to \varepsilon, S \to SS, S \to aSb, S \to bSa\}.$$

Beweise: $L(G) = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$.