Logik

Organisatorisches

- Zeit und Ort:

  Di 8–10 MZH 1090
  Mi 16–18 MZH 1110

- Prof. Thomas Schneider
  Raum Cartesium 2.56
  Tel. (218)-64432
  ts@informatik.uni-bremen.de

- Position im Curriculum:
  Wahlbereich Bachelor-Basis
  Modulbereich Theorie
  Master-Profile SQ und KIKR

Organisatorisches

- Voraussetzungen:
  Grundvorlesung Theoretische Informatik

- Form: K4, 7 Termine mit Übungen
  (aber Diskussion in VL jederzeit erwünscht!)

- Vorlesungsmaterial:

  Folien und Aufgabenblätter auf:

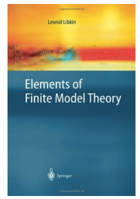
  http://tinyurl.com/ws15-logik (s. auch Webseite der AG TDKI)

  Beispiele, Beweise etc. an der Tafel (mitschreiben!)

Literatur

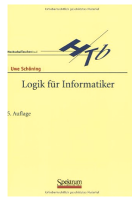
Große Teile aus:

- Erich Grädel. Mathematische Logik I.
  Vorlesungsskript, RWTH Aachen, Verfügbar in Stud.IP



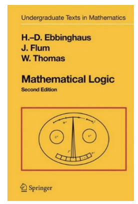
Logik zweiter Stufe:

- Leonid Libkin. Elements of Finite Model Theory.
  Springer Verlag, 2004



Weitere Referenzen:

- Uwe Schöning. Logik für Informatiker.
  Spektrum akademischer Verlag, 2000 (5. Auflage).
- Christel Baier. Advanced Logics. VL-Skript, TU Dresden.
- Heinz-Dieter Ebbinghaus, Jörg Flum, Wolfgang Thomas.
  Mathematical Logic. Springer Verlag, 1994 (2. Auflage).



Prüfungen

Übungen:

- Übungsaufgaben jede zweite Woche (mit Zusatzaufgaben)
- Werden in Gruppen (2–3 Personen) bearbeitet, abgegeben und korrigiert – jede_r muss mindestens einmal vorrechnen
- Fachgespräche am Ende des Semesters
  Voraussetzung: 50% der Punkte in Übungsaufgaben

oder

Mündliche Prüfung

Logik

Ursprünge der Logik

Traditionell ist die Logik ein Teilgebiet der Philosophie und Mathematik:

Philosophie:

Lehre des vernünftigen Schlussfolgerns,
geht zurück auf Aristoteles (~300 a.D.)

Klassisches Beispiel: Syllogismen

Alle Menschen sind sterblich	Jedes P ist auch ein Q
Sokrates ist ein Mensch	x ist ein P
Sokrates ist sterblich	x ist ein Q

Seit dem 20. Jh ein elaboriertes und vielfältiges Teilgebiet der Philosophie

Ziel: Abstrakte und formale Behandlung philosophischer Fragestellungen

Ursprünge der Logik

Traditionell ist die Logik ein Teilgebiet der Philosophie und Mathematik:

Mathematik:

Logik spielt zentrale Rolle für die Grundlagen der Mathematik

Klassisches Beispiel: die Peano-Axiome für die natürlichen Zahlen (formuliert in der Logik zweiter Stufe)

- $0 \in \mathbb{N}$
- $\forall n \in \mathbb{N} : \exists n' \in \mathbb{N} : n' = \mathsf{nf}(n)$
- $\forall n \in \mathbb{N} : \mathsf{nf}(n) \neq 0$
- $\forall n \forall m \in \mathbb{N} : (\mathsf{nf}(n) = \mathsf{nf}(m) \to n = m)$
- $\forall X : \big(0 \in X \wedge \forall n : (n \in X \to \mathsf{nf}(n) \in X)\big) \to \mathbb{N} \subseteq X$

Aus diesen Grundannahmen lassen sich alle Eigenschaften der natürlichen Zahlen herleiten.

Logik in der Informatik

Logik ist eine der wichtigsten mathematischen Grundlagen der Informatik

Von essentieller Bedeutung z.B. für:

- Datenbanken und Semistrukturierte Daten (XML)
- Verifikation von Hard- und Software
- Programmiersprachen
- Komplexitätstheorie
- Wissensrepräsentation / Künstliche Intelligenz
- Automatisches Theorembeweisen
- etc

Logische Methoden haben die Entwicklung der Informatik entscheidend mitbestimmt.

Umgekehrt ist heute die Informatik eine der größten Triebkräfte hinter der Weiterentwicklung der Logik.

Fallbeispiel 1: Datenbanken

SQL-Anfragebeantwortung kann als Logikproblem verstanden werden

Im folgenden: FO = Prädikatenlogik erster Stufe

- SQL-Anfragen sind im Wesentlichen FO-Formeln
- SQL-Datenbankinstanzen sind FO-Strukturen
- SQL-Anfragebeantwortung entspricht Modellprüfung in FO

Slogan: SQL ist Logik

Diese Sichtweise hat die Entwicklung und den Erfolg von relationalen Datenbanken entscheidend mitgeprägt.

(Ted Codd, System R am IBM Almaden Research Center 1960'er-70'er)

Fallbeispiel 2: Verifikation

Verifikation: nachweisen, dass ein Chip / Programm eine gewünschte Spezifikation erfüllt (z.B. keine Division durch 0, keine Deadlocks)

Verifikation basiert i.d.R. auf Logik:

- Chip / Programm kann als (endliche oder unendliche) logische Struktur modelliert werden
- Spezifikation kann als logische Formel modelliert werden, z.B. in einer Temporallogik wie LTL oder CTL
- Verifikation entspricht dann wieder Modellprüfung

Verifikation ist heutzutage ein zentrales Thema im Chipdesign, und wird auch für Software zunehmend wichtiger.

Logik hat dieses wichtige Teilgebiet der Informatik entscheidend geprägt

Fallbeispiel 3: Komplexitätstheorie

Bekanntestes offenes Problem der theoretischen Informatik:

Ist $P \neq NP$?

Klassische Definition NP:

Menge der Probleme, die von einer nicht-deterministischen Turingmaschine in Polynomialzeit gelöst werden können.

Alternative, aber äquivalente Definition:

Menge der Probleme, die mittels einer Formel der existentiellen Logik zweiter Stufe definiert werden können.

Dies erlaubt das Studium von P und NP mit logischen Methoden, komplett ohne Turingmaschinen oder andere Berechnungsmodelle

(Deskriptive Komplexitätstheorie)

Ziele der Vorlesung

- Einführung der grundlegenden logischen Formalismen,

  insb. Aussagenlogik und Prädikatenlogik erster und zweiter Stufe,

- Formulierung und Beweis der zentralen Resultate der Logik,

  insb. zu Schlussfolgerungsproblemen, Ausdrucksstärke und anderen Informatik-relevanten Themen

- Herstellung von Querbezügen zu anderen Teilgebieten der Informatik

  insb. zu Datenbanken, Verifikation und Komplexitätstheorie

Übersicht Vorlesung

- Einführung
- Teil 1: Aussagenlogik
- Teil 2: Prädikatenlogik Grundlagen
- Teil 3: Mehr zur Prädikatenlogik erster Stufe
- Teil 4: Prädikatenlogik zweiter Stufe