Prof. Carsten Lutz WS 2013/14

Theoretische Informatik 1

Gewertete Aufgaben, Blatt 9

Abgabe ins Fach eures Tutors/eurer Tutorin bis **16. 12. 13, 14:00** Bespr.: KW 51

1. ($2 \cdot 10\,\% = 20\,\%$) Gegeben sind Sprachen über dem Alphabet $\{a, b, c\}$:

$$L_1 = \{xcy \mid x, y \in \{a, b\}^*\}$$
$$L_2 = \{xcx \mid x \in \{a, b\}^*\}$$

a) Zeige, dass der Index von $\simeq_{L_1}$ drei ist. Gib die Äquivalenzklassen an.

b) Zeige, dass der Index von $\simeq_{L_2}$ unendlich ist.

2. ($4 \cdot 5\,\% = 20\,\%$) Gegeben ist die kontextfreie Grammatik

$$G = \{N,\ \Sigma,\ \{S \to ABS,\ S \to AB,\ A \to aA,\ A \to a,\ B \to bA\},\ S\}$$

mit $N = \{S, A, B\}$ und $\Sigma = \{a, b\}$. Welche der folgenden Wörter sind in $L(G)$; welche nicht? Gib im positiven Fall Ableitungen und im negativen Fall eine Begründung an.

a) $aabaab$ b) $aaaaba$ c) $aabbaa$ d) $abaaba$

3. ($3 \cdot 6\,\% = 18\,\%$) Gib zu jeder der Grammatiken $G_k = (N, \Sigma, P_k, S)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $N = \{S, A, B\}$ und P_k wie unten

(i) das maximale i an, so dass G_k eine Grammatik vom Typ i ist,

(ii) die von ihr erzeugte Sprache $L(G_k)$ an und

(iii) das maximale j an, so dass $L(G_k)$ eine Typ-j-Sprache ist.

$P_1 = \{S \to AB,\ S \to \varepsilon,\ B \to b,\ B \to bb,\ A \to aS\}$

$P_2 = \{S \to AB,\ A \to Aa,\ A \to \varepsilon,\ B \to bbbB,\ B \to \varepsilon\}$

$P_3 = \{S \to \varepsilon,\ S \to aA,\ S \to bS,\ A \to aA,\ A \to bB,\ A \to \varepsilon,\ B \to bS,\ B \to \varepsilon\}$

4. ($3 \cdot 7\,\% = 21\,\%$) Gib für folgende Sprachen L_i, L_i' jeweils eine Typ-i-Grammatik G_i an. Versuche, mit möglichst wenig Produktionen auszukommen.

a) $L_2 = \{a^n b^m a b^m a^n \mid m, n \geq 0\}$

b) $L_2' = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0,\ i + k = j\}$

c) $L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \text{ ist ungerade und } |w|_a = 1\}$

5. ($21\,\%$) Wandle die folgende rechtslineare Grammatik gemäß der Konstruktion aus der Vorlesung in einen NEA um.

$$G = \{\{S, X, Y\},\ \{a, b\},\ \{S \to aY,\ X \to a,\ Y \to bS,\ Y \to b,\ Y \to bX\},\ S\}$$