Prof. Carsten Lutz WS 2013/14

Theoretische Informatik 1

Gewertete Aufgaben, Blatt 11

Abgabe ins Fach eures Tutors/eurer Tutorin bis **13. 1. 14, 14:00** Bespr.: KW 3

1. ($3 \cdot 8\,\% = 24\,\%$) Gegeben ist die reduzierte Grammatik $G_0 = (N, \Sigma, P_0, S)$ mit $N = \{S, T, U\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und $P_0 = \{S \to aSa,\ S \to T,\ T \to bTb,\ T \to U,\ U \to aUa,\ U \to \varepsilon\}$. Bringe G_0 in Chomsky-Normalform (CNF). Benutze das Verfahren aus der Vorlesung:

a) Wandle G_0 in eine äquivalente ε-freie Grammatik G_1 um.

b) Wandle G_1 in eine äquivalente Gramm. G_2 ohne Kettenregeln um.

c) Wandle G_2 in eine äquivalente Grammatik G_3 in CNF um.

2. ($2 \cdot 12\,\% = 24\,\%$) Gegeben ist die Grammatik $G = (N, \Sigma, P, S)$ in Chomsky-Normalform mit $N = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und

$$P = \{S \to AB,\ S \to BA,\ S \to BC,\ S \to BD,\ S \to SE,$$
$$C \to SB,\ D \to BS,\ E \to BB,\ A \to a,\ B \to b\}.$$

Verwende den CYK-Algorithmus mit der Matrix-Notation aus der Vorlesung, um für die Wörter *babbab* und *bbabbb* zu entscheiden, ob sie in $L(G)$ liegen.

3. ($2 \cdot 13\,\% = 26\,\%$) Zeige mit Hilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass die folgenden Sprachen nicht vom Typ 2 sind.

$$L_1 = \{xcy \mid x, y \in \{a, b\}^*,\ |x|_a = |y|_a\,,\ |x|_b = |y|_b\}$$
$$L_2 = \{a^n b^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$$

4. ($8\,\% + 18\,\% = 26\,\%$)

a) Gib eine Typ-2-Grammatik für die Sprache K aller wohlgeformten Klammerungen mit zwei Klammertypen `()` und `[]` an. Die Sprache K ist induktiv wie folgt definiert.

(i) $\varepsilon \in K$.

(ii) Wenn $w \in K$, dann folgt $(w) \in K$ und $[w] \in K$.

(iii) Wenn $w, w' \in K$, dann folgt $ww' \in K$.

Beispielsweise gilt `([()[]]([]))` $\in K$ und `[(])` $\notin K$. Deine Grammatik sollte vier Regeln haben und diese induktive Definition wiedergeben.

b) Beweise, dass Deine Grammatik G korrekt ist, also dass $L(G) = K$ gilt. Nutze für die Richtung "$\supseteq$" Induktion über die Definition von K – wobei (i) der Induktionsanfang und (ii) und (iii) die zwei Fälle des Induktionsschritts sind – und für die Richtung "$\subseteq$" Induktion über die Länge von Ableitungen.