AG Theorie der künstlichen Intelligenz
FB Mathematik und Informatik, Universität Bremen
Prof. Dr. Carsten Lutz

Cartesium 2.59
clu@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-64431

4. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Logik“

Aufgabe 1: 24%

Beweise, dass das Auswertungsproblem für FO

(a) NP-hart ist, indem Du das Erfüllbarkeitsproblem für Aussagenlogik darauf reduzierst;

(b) coNP-hart ist, indem Du das Gültigkeitsproblem für Aussagenlogik darauf reduzierst.

Aufgabe 2: 30%

Wir betrachten ein Datenbankschema mit den Relationen “Film”, “Schauspieler” und “Programm”. Dabei soll Film die Attribute (Name, Jahr, Regisseur) haben, Schauspieler die Attribute (Film, Schauspieler) und Programm die Attribute (Film, Kino, Uhrzeit). Eine Beispielinstanz für dieses Schema ist:

Name	Jahr	Regisseur
The Social Network	2010	David Fincher
...		

Film	Schauspieler
The Social Network	Jesse Eisenberg
The Social Network	Justin Timberlake
...	

Film	Kino	Uhrzeit
The Social Network	Cinemaxx	16:00
The Social Network	Schauburg	20:15
...		

Formuliere FO-Formeln (mit freien Variablen), die folgende Antwortmengen liefern:

(a) Regisseure, die auch Schauspieler sind.

(b) Regisseure, die in ihren eigenen Filmen mitgespielt haben.

(c) Filme, die in mindestens zwei Kinos gezeigt werden.

(d) die Regisseure von “The Social Network”

(e) alle Filme, die im Cinemaxx gezeigt werden und deren Regisseur David Fincher ist oder in denen Jesse Eisenberg mitspielt.

Formuliere zusätzlich einen FO-Satz, der genau dann zu 1 auswertet, wenn es ein Kino gibt, das sowohl einen Film von Hitchcock als auch einen Film von Spielberg zeigt.

Aufgabe 3: 21%

Bringe die folgenden Formeln mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren in Pränex-Normalform:

(a) $\exists x \neg \forall y \exists z (R(x,x) \to \exists y \forall z (R(z,z) \wedge T(y,y))) \vee \neg \forall y \forall z \neg T(z,z)$

(b) $\forall x \exists y (R(x,y) \wedge \forall y T(y,y) \wedge \exists z \forall x (Q(y) \vee (T(x) \to \neg Q(z)))) \vee R(x,x) \vee \forall z ((Q(z) \wedge T(z)) \to \exists y R(y,y))$

(c) $\neg(\forall x \neg (R(x,y) \wedge \exists y (\neg \forall z (R(z,z) \wedge T(y)))) \to Q(x)) \vee \forall y \exists z ((Q(z) \vee T(y)) \to \exists x R(x,x))$

Aufgabe 4: 25%

Beweise oder widerlege:

(a) Wenn T_1 und T_2 FO-Theorien sind, dann ist auch $T_1 \cup T_2$ eine FO-Theorie.

(b) Wenn T_1 und T_2 FO-Theorien sind, dann ist auch $T_1 \cap T_2$ eine FO-Theorie.

(c) Wenn T eine FO-Theorie ist, dann ist auch $\{\neg\varphi \mid \varphi \in T\}$ eine FO-Theorie.

(d) Wenn T eine vollständige Theorie ist, dann ist $\varphi \vee \psi \in T$ genau dann, wenn $\varphi \in T$ oder $\psi \in T$.

(e) Sei T eine beliebige FO-Theorie. Dann gilt $\forall x\,(x = x) \in T$.

Aufgabe 5: 25% (Zusatzaufgabe)

Sei τ eine beliebige Signatur. Beweise, dass für jede endliche τ-Struktur $\mathfrak{A}$ die FO-Theorie $\mathrm{Th}(\mathfrak{A})$ endlich axiomatisierbar ist.

Hinweis: Zeige, dass es für jede endliche τ-Struktur $\mathfrak{A}$ einen FO-Satz $\varphi_{\mathfrak{A}}$ gibt, so dass die Modelle von $\varphi_{\mathfrak{A}}$ genau die τ-Stukturen sind, die isomorph zu $\mathfrak{A}$ sind.