Prof. Carsten Lutz WS 2011/12

Theoretische Informatik 1

Gewertete Aufgaben, Blatt 12

Abgabe ins Fach Ihrer/s Tutorin/s bis **6. 2. 12, 14:00** Besprechung: KW 6

1. ($2 \cdot 15\,\% = 30\,\%$) Sei $G = (N, \{a, b\}, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik mit $N = \{S, A, B, C\}$ und $P = \{S \to AB,\ S \to BC,\ A \to BA,\ A \to a,\ B \to CC,\ B \to b,\ C \to AB,\ C \to a\}$.

Verwenden Sie den CYK-Algorithmus (mit der Matrix-Notation aus der Vorlesung), um für die folgenden Wörter zu entscheiden, ob sie in $L(G)$ liegen.

a) $w_1 = baaba$

b) $w_2 = abaabb$

2. ($2 \cdot 15\,\% = 30\,\%$) Welche der folgenden Sprachen über dem Alphabet $\{a, b, \#\}$ sind kontextfrei? Zur Begründung Ihrer Antwort sollten sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen verwenden, eine entsprechende kontextfreie Grammatik oder einen Kellerautomaten angeben.

a) $\{w\#x \mid w^R \text{ ist Infix von } x;\ w, x \in \{a, b\}^*\}$ [1]

b) $\{w\#x \mid w \text{ ist Infix von } x;\ w, x \in \{a, b\}^*\}$

3. ($2 \cdot 15\,\% = 30\,\%$) Geben Sie für folgende Sprachen jeweils einen Kellerautomaten an. Geben Sie dabei die Übergangsrelation graphisch an.

a) die Menge K der wohlgeklammerten Ausdrücke mit zwei Klammerarten: K ist die kleinste Sprache über dem Alphabet $\{\texttt{(}, \texttt{)}, \texttt{[}, \texttt{]}\}$, die die folgenden drei Bedingungen erfüllt.

(1) $\varepsilon \in K$.

(2) Wenn $w \in K$, dann ist $\texttt{(}w\texttt{)} \in K$ and $\texttt{[}w\texttt{]} \in K$.

(3) Wenn $w, w' \in K$, dann ist $ww' \in K$.

b) $\{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N} \text{ und } i \neq j\}$

4. ($10\,\%$) Sei $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, \Delta, F)$ ein *Kellerautomat (PDA) mit Endzuständen*, d. h. $(Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, \Delta)$ ist ein PDA und $F \subseteq Q$ ist eine *Endzustandsmenge*. Ein solcher PDA *akzeptiert* ein Eingabewort $w \in \Sigma^*$ gdw. $(q_0, w, Z_0) \vdash^*_{\mathcal{A}} (q, \varepsilon, \gamma)$ für ein $q \in F$ und ein $\gamma \in \Gamma^*$.

Zeigen Sie, dass $\mathcal{A}$ in einen PDA $\mathcal{A}'$ umgewandelt werden kann (der per leerem Keller akzeptiert), so dass $\mathcal{A}$ und $\mathcal{A}'$ dieselbe Sprache erkennen.

[1] Dabei bezeichnet w^R wieder das Spiegelwort von w: wenn $w = a_1 a_2 \dots a_n$ mit $a_i \in \{a, b\}$ für alle $i = 1, \dots, n$, dann $w^R = a_n a_{n-1} \dots a_1$.