AG Theorie der künstlichen Intelligenz
FB Mathematik und Informatik, Universität Bremen
Prof. Dr. Carsten Lutz

MZH 3090
clu@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-64431

7. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Logik“

Aufgabe 30: 25 Prozent

Gib für die folgenden Worte über dem Alphabet $\Sigma_n = \{0,1\}^n$ die entsprechende S1S-Struktur an:

(a) $(1,1),(1,1),(0,1),(1,0)$

(b) $(0,0,0),(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)$

(c) $(1,1,0),(1,0,1),(1,1,1),(1,1,0)$

Beschreibe die S1S-Strukturen, die durch die Wörter der folgenden Sprachen gegeben sind:

(d) $L(((0,1)\cdot(1,0))^+)$

(e) $L((0,0,1)^+\cdot(1,1,0)\cdot(0,1,0)^+)$

Aufgabe 31: 25 Prozent

Gib für die folgenden Sprachen $L \subseteq \Sigma_1^*$ mit $\Sigma_1 = \{0,1\}$ jeweils einen MSO-Satz φ an, so dass $L = L(\varphi)$. Verwende dabei *nicht* die Konstruktion aus dem Theorem von Büchi-Elgot-Trakhtenbrot.

(a) Σ_1^*

(b) 0^*1^*

(c) $\{w \mid |w|_0 = 2n \text{ für ein } n \in \mathbb{N}\}$

(d) $(01^+)^*$

(e) $(001)^*$

Hinweis: $|w|_a$ bezeichnet die Anzahl der a in w.

Aufgabe 32: 25 Prozent

(a) Bringe den folgenden S1S-Satz in die Normalform aus dem Beweis des Theorems von Büchi-Elgot-Trakhtenbrot.

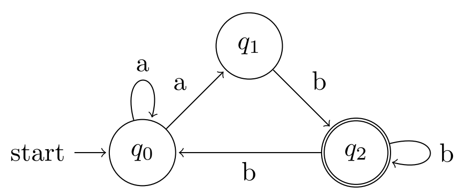
$$\forall x.(x > 0 \rightarrow (P_1(x)))$$

(b) Konstruiere den endlichen Automaten A_φ für

$$P_1 \subseteq P_2 \wedge \exists X.(P_1 \subseteq X \wedge succ(X) = P_2)$$

und gib $L(A_\varphi)$ an. Verwende als Kodierung $\binom{0}{0} = a$, $\binom{0}{1} = b$, $\binom{1}{0} = c$ und $\binom{1}{1} = d$.

(c) Gib für den folgenden nichtdeterministischen endlichen Automaten $\mathfrak{A}$ die entsprechende MSO-Formel aus dem Beweis des Theorems von Büchi-Elgot-Trakhtenbrot an.



Aufgabe 33: 25 Prozent

Entscheide für die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\{a, b\}$, ob sie sternfrei sind. Falls ja, gib eine sternfreie Beschreibung an. Ansonsten begründe kurz.

(a) $(a + b)^* b(a + b)^*$

(b) a^*

(c) $(aa)^*$

(d) $(ab^+)^*$

Aufgabe 34: 25 Prozent (Zusatzaufgabe)

Zeige, dass die Sprache $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ nicht sternfrei ist, indem du mit Hilfe von Ehrenfeucht-Fraïsse-Spielen beweist, dass L nicht FO-definierbar ist. Betrachte dafür die Strukturen $\mathfrak{A}_k = a^{(2^k)} b^{(2^k)}$ und $\mathfrak{B}_k = a^{(2^k+1)} b^{(2^k)}$. Zeige nun, dass der Duplikator im Spiel $\mathcal{G}_k(\mathfrak{A}_k, \mathfrak{B}_k)$ für alle $k \geq 0$ eine Gewinnstrategie hat, und wende dann das Methodologie-Theorem aus der Vorlesung an.