Prof. Carsten Lutz/Dr. Stefan Göller Wintersemester 2009/2010

Theoretische Informatik 1

Gewertete Aufgaben, Blatt 6

Abgabe: Ins Postfach Ihres Tutors bis Montag, den 25.01.10., 24 Uhr
Besprechung: In Ihrer Übung in KW 4

---

1. ($2 \cdot 15\% = 30\%$) Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (N, \{a, b\}, P, S)$ mit $N = \{S, A, B, C\}$ und $P = \{S \longrightarrow AB, S \longrightarrow BC, A \longrightarrow BA, A \longrightarrow a, B \longrightarrow CC, B \longrightarrow b, C \longrightarrow AB, C \longrightarrow a\}$.

Verwenden Sie den CYK-Algorithmus (mit der Matrix-Notation aus der Vorlesung), um für die folgenden Wörter zu entscheiden ob sie in $L(G)$ liegen.

a) $w_1 = baaba$

b) $w_2 = abaabb$

2. ($3 \cdot 10\% = 30\%$)Welche der folgenden Sprachen sind kontextfrei? Zur Begründung Ihrer Antwort sollten sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen verwenden oder eine entsprechende kontextfreie Grammatik angeben.

a) $L_1 = \{a^i b^j c^k d^l \mid i, j, k, l \geq 0 : i = k \text{ oder } j = l\}$

b) $L_2 = \{a^i b^j c^k d^l \mid i, j, k, l \geq 0 : i = k \text{ und } j = l\}$

c) $L_3 = \{w \in \{a, b, c\}^* : |w|_a = |w|_c\}$

3. ($2 \cdot 15\% = 30\%$) Geben Sie für folgende Sprachen jeweils einen Kellerautomaten an. Geben Sie dabei die Übergangsrelation graphisch an.

a) Die Menge der wohlgeklammerten Ausdrücke K: Genauer ist K die kleinste Sprache L über dem Alphabet $\{(,)\}$, die die folgenden drei Bedingungen erfüllt: (1) $\varepsilon \in L$. (2) Wenn $w \in L$, dann ist $(w) \in L$. (3) Wenn $w, w' \in L$, dann ist $ww' \in L$.

b) $\{w \in \{a, b\}^* : |w|_a = 2 \cdot |w|_b\}$

4. (10%) Sei $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, \Delta, F)$ ein *Kellerautomat (PDA) mit Endzuständen*, d.h. $(Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, \Delta)$ ist ein PDA und $F \subseteq Q$ ist eine *Endzustandsmenge*. Ein solcher PDA *akzeptiert* ein Eingabewort $w \in \Sigma^*$ gdw. $(q_0, w, Z_0) \vdash_{\mathcal{A}}^* (q, \varepsilon, \gamma)$ für ein $q \in F$ und ein $\gamma \in \Gamma^*$.

Zeigen Sie, dass $\mathcal{A}$ in einen PDA $\mathcal{A}'$ umgewandelt werden kann, so dass

$$L(\mathcal{A}') = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ wird von } \mathcal{A} \text{ akzeptiert}\}.$$