

# Theoretische Informatik 1

## Gewertete Aufgaben, Blatt 1

Abgabe: Zu Beginn Ihrer Übung KW 45    Besprechung: In Ihrer Übung KW 45

1. (15%) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle  $n \geq 1$  gilt:

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

2. (3 · 10% = 30%) Seien  $X_1, X_2, Y_1, Y_2 \subseteq \Sigma^*$  formale Sprachen und gelte  $X_1 \subseteq Y_1$  und  $X_2 \subseteq Y_2$ . Zeigen Sie:

a)  $X_1 \cup X_2 \subseteq Y_1 \cup Y_2$

b)  $X_1 \cdot X_2 \subseteq Y_1 \cdot Y_2$

c)  $X_1^* \subseteq Y_1^*$

3. (4 · 5% = 20%) Zeigen oder widerlegen Sie folgende Behauptungen:

a)  $L_1^* \cdot L_2^* \subseteq (L_1 \cup L_2)^*$

b)  $L^* \cdot L^* = L^*$

c)  $(\{a\} \cup \{b\})^* = \{a\}^* \cup \{b\}^*$

d)  $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$

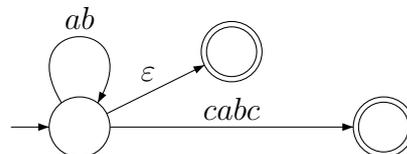
4. (3 · 5% = 15%) Geben für folgende Sprachen jeweils einen NEA an:

a)  $L_1 = \{a^n \mid n \in \mathbb{N} \text{ ist gerade}\}$

b)  $L_2 = \{a^n \mid n \in \mathbb{N} \text{ ist nicht durch 5 teilbar}\}$

c)  $L_1 \cap L_2$

5. (10%) Konstruieren Sie zum unten angegebenen NEA mit Wortübergängen einen äquivalenten  $\varepsilon$ -NEA.



6. (10%) Konstruieren Sie zum unten angegebenen  $\varepsilon$ -NEA einen äquivalenten NEA.

