AG Theorie der künstlichen Intelligenz
FB Mathematik und Informatik, Universität Bremen
Prof. Dr. Carsten Lutz

MZH 3090
clu@informatik.uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-64431

6. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik und Ontologiesprachen"

Hinweis: für alle Aufgaben gilt: im Zweifelsfall die relevante Definition genau lesen!

Aufgabe 25: 10 Punkte

Betrachte die folgenden ExpTime-Spiele und bestimmt, ob Spieler 2 eine Gewinnstrategie hat. Wenn dies der Fall ist, gib die Strategie an. Wenn nicht, beschreibe, wie Spieler 1 spielen muss, um zu gewinnen. In allen Spielen weist die Anfangsbelegung π_0 allen Variablen "falsch" zu.

(a) $\varphi = (p_1 \land p_2 \land \neg q_1) \lor (p_3 \land p_4 \land \neg q_2) \lor (\neg(p_1 \lor p_4) \land q_1 \land q_2)$, $\Gamma_1 = \{p_1, \ldots, p_4\}$, $\Gamma_2 = \{q_1, q_2\}$;

(b) $\varphi = ((p_1 \leftrightarrow \neg q_1) \land (p_2 \leftrightarrow \neg q_2) \land (p_1 \leftrightarrow p_2)) \lor ((p_1 \leftrightarrow q_1) \land (p_2 \leftrightarrow q_2) \land (p_1 \leftrightarrow \neg p_2))$, $\Gamma_1 = \{p_1, p_2\}$, $\Gamma_2 = \{q_1, q_2\}$.

Aufgabe 26: 10 Punkte

Bestimme, in welchen Fällen $(\mathcal{T}, \mathcal{A}) \models C(a)$ gilt. Begründe Deine Antwort. Wenn diese negativ ist, gib eine Interpretation an, die $(\mathcal{T}, \mathcal{A}) \not\models C(a)$ beweist.

(a) $\mathcal{T} = \emptyset$, $\mathcal{A} = \{r(a, a)\}$, $C = B \to \exists r.\exists r.B$;

(b) $\mathcal{T} = \emptyset$, $\mathcal{A} = \{r(a, b), r(a, c), A(b), A(c)\}$, $C = \forall r.A$;

(c) $\mathcal{T} = \emptyset$, $\mathcal{A} = \{A(a), \neg A(a)\}$, $C = B$;

(d) $\mathcal{T} = \emptyset$, $\mathcal{A} = \{A(a), r(a, b), \neg B(b), \exists r.B(a)\}$, $C = \bot$;

(e) $\mathcal{T} = \{A \equiv \exists r.B, B \equiv \exists r.\neg B\}$, $\mathcal{A} = \{r(a, b), r(b, c), r(a, c)\}$, $C = A$.

Aufgabe 27: 10 Punkte

Betrachte die folgenden Wissensbasen $\mathcal{K} = (\mathcal{T}, \mathcal{A})$. Entscheide Konsistenz mittels des Vervollständigungs-Ansatzes. Gib $\mathsf{cl}(\mathcal{K})$ an. Wenn das Ergebnis positiv ist, gib die erfolgreiche Vervollständigung an, die dazugehörigen Erfüllbarkeitstest, ein Modell für jeden solchen Test, sowie das daraus resultierende Modell von $\mathcal{K}$. Wenn das Ergebnis negativ ist, beschreibe warum die Erfüllbarkeitstests fehlschlagen.

(a) $\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq (\neg A \sqcup \forall r.\neg A) \sqcap (A \sqcup \forall r.A)\}$, $\mathcal{A} = \{r(a, b), r(b, a)\}$;

(b) $\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq A \sqcup \forall r.A\}$, $\mathcal{A} = \{\forall r.\neg A(a), r(a, b), r(a, c), r(b, c)\}$.

Hinweis: Es ist nicht notwendig, alle Vervollständigungen explizit anzugeben.

Aufgabe 28: 8 Punkte (Zusatzaufgabe)

Berechne alle sicheren Antworten auf q bzgl. $(\mathcal{T}, \mathcal{A})$.

(a) $\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq \exists r.A\}$, $\mathcal{A} = \{r(a, a), r(a, b), r(a, c), r(c, b)\}$, $q = r(v, v')$;

(b) $\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq \exists r.A\}$, $\mathcal{A} = \{r(a, a), r(a, b), r(a, c), r(c, b)\}$, $q = \exists u_1, u_2, u_3.r(v, u_1) \land r(v, u_2) \land r(u_1, u_3) \land r(u_2, u_3)$;

(c) $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq (\forall r.B) \sqcup (\forall r.\exists r.B)\}$, $\mathcal{A} = \{r(a, b), A(b), r(b, c), r(a, c)\}$, $q = \exists u, u'.r(v, u) \land r(u, u') \land B(u')$;

(d) $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq (\forall r.B) \sqcup (\forall r.\exists r.B)\}$, $\mathcal{A} = \{r(a, b), A(b), r(b, c), r(a, c)\}$, $q = \exists u.r(v, v') \land r(v', u) \land B(u)$;