Prof. Dr. Thomas Schneider SoSe 2018

Komplexitätstheorie

Übungsblatt 4

Abgabe als PDF bis 5. 6. 2018, 23:59 Uhr in Stud.IP, Ordner „Abgabe Übungsblatt 4“
Bitte nur eine PDF-Datei pro Gruppe, Lizenz „Selbst verfasstes, nicht publiziertes Werk“.

---

1. (25 %) Zeige, dass $\mathsf{DTime}(n)$ nicht abgeschlossen ist unter Polynomialzeitreduktionen, also dass *nicht* gilt: Wenn $L \in \mathsf{DTime}(n)$ und $L' \leq_p L$, dann $L' \in \mathsf{DTime}(n)$. Benutze dazu den Zeithierarchiesatz.

2. (25 %) Entscheide mittels Auswertungsbäumen, ob die folgenden QBFs gültig sind:

a) $\forall p_1 \exists p_2 \forall p_3 (p_2 \to (p_1 \lor p_3))$

b) $\forall p_1 \exists p_2 \forall p_3 ((p_1 \lor p_2) \to p_3)$

3. (25 %)

a) Zeige, dass das Äquivalenzproblem für nichtdeterministische endliche Automaten (NEAs) *in* PSpace ist: gegeben zwei NEAs $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$, entscheide ob $L(\mathcal{A}_1) = L(\mathcal{A}_2)$. Orientiere Dich am PSpace-Beweis für das Universalitätsproblem aus der Vorlesung.

b) Betrachte die folgende Variante von PSpace, in deren Definition im Gegensatz zur Version aus der Vorlesung nicht gefordert wird, dass die DTM auf jeder Eingabe anhält:

$$\mathsf{PSpace}' := \bigcup_{i \geq 1} \{L \subseteq \Sigma^* \mid \exists \mathcal{O}(n^i)\text{-platzbeschränkte DTM } M \text{ mit } L(M) = L\}$$

Zeige, dass $\mathsf{PSpace} = \mathsf{PSpace}'$.

Zur Erinnerung: Eine DTM M kann auf Worten $w \in \Sigma^* \setminus L(M)$ entweder im verwerfenden Zustand anhalten oder nicht terminieren.

4. (25 %) Zeige:

a) 2^n ist platzkonstruierbar.

b) $\lceil \log(n) \rceil$ ist platzkonstruierbar.

c) Wenn s und s' platzkonstruierbar sind, dann auch $s + s'$ und $s \cdot s'$.

5. Zusatzaufgabe (20 %) Beweise, dass der Platzverbrauch jeder DTM um jeden konstanten Faktor reduziert werden kann. Genauer: für jede s-platzbeschränkte DTM M und Konstante c gibt es eine $\left(\frac{1}{c} \cdot s\right)$-platzbeschränkte DTM M' mit $L(M) = L(M')$.

Hinweis: Vergrößere das Arbeitsalphabet.