Beschreibungslogik
Fragebogen 14 vom 13. 6.

---

1. Vorbetrachungen

Welche vereinfachenden Annahmen werden für das Entscheidungsverfahren für Subsumtion in $\mathcal{EL}$ mit TBoxen gemacht?

a) ____________________

b) ____________________

Sind diese Annahmen echte Einschränkungen? ◯ Ja ◯ Nein

2. $\mathcal{EL}$-Normalform

Welche der folgenden Axiome sind in $\mathcal{EL}$-Normalform erlaubt, welche nicht?
A, B, A', B' sind Konzept*namen*.

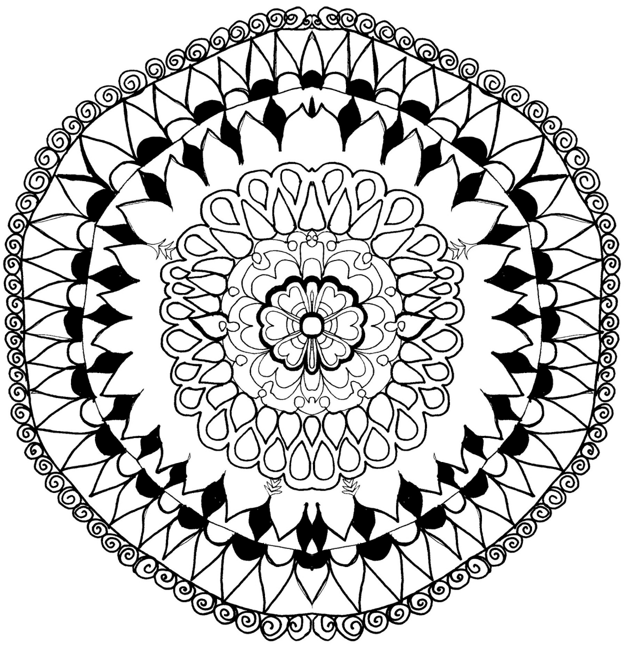
- ☐ $A \sqcap B \sqsubseteq B'$
- ☐ $A \sqsubseteq B \sqcap B'$
- ☐ $A \sqsubseteq \exists r.B$
- ☐ $A \sqcap B \sqsubseteq \exists r.B'$
- ☐ $\exists r.A \sqsubseteq B$

3. Verfahren für $\mathcal{EL}$-Subsumtion

Gegeben ist die TBox

$$\mathcal{T} = \{ \begin{array}{rcl} \mathsf{Koala} & \sqsubseteq & \exists\,\mathsf{hatHabitat.Eukalyptuswald}, \\ \exists\,\mathsf{hatHabitat}.\top & \sqsubseteq & \mathsf{Tier} \end{array} \}.$$

Zeige durch Anwendungen der Regeln **R1**–**R4**, dass $\mathcal{T} \models \mathsf{Koala} \sqsubseteq \mathsf{Tier}$ gilt.
(Hinweis: Es genügen 2 Regelanwendungen.)



Bitte wenden.

Annahme 2: Normalform

Betrachten **o. B. d. A.** nur TBoxen in folgender Normalform:

Definition 6.13

Eine TBox ist in **Normalform (NF)**, wenn sie nur Inklusionen der Form

$$A_1 \sqcap \cdots \sqcap A_n \sqsubseteq A \qquad A \sqsubseteq \exists r.A_1 \qquad \exists r.A \sqsubseteq A_1$$

enthält, wobei $A, A_1, \ldots, A_n$ Konzept**namen** oder $\top$ sind.

Lemma 6.14

Jede $\mathcal{EL}$-TBox $\mathcal{T}$ kann in polynomieller Zeit in eine TBox $\mathcal{T}'$ in NF gewandelt werden, so dass für alle Konzeptnamen A, B in $\mathcal{T}$ gilt:

$$\mathcal{T} \models A \sqsubseteq B \quad \text{gdw.} \quad \mathcal{T}' \models A \sqsubseteq B \qquad (*)$$

Wenn $(*)$ gilt, sagen wir: $\mathcal{T}'$ ist **konservative Erweiterung** von $\mathcal{T}$.

Um die NF herzustellen, wenden wir **Normalisierungsregeln** an. **T 6.9**

Normalisierung

NF1 $C_1 \sqcap \cdots \sqcap C_n \sqsubseteq E \;\leadsto$
$C_i \sqsubseteq A_{C_i}, \quad C_1 \sqcap \cdots \sqcap C_{i-1} \sqcap A_{C_i} \sqcap C_{i+1} \sqcap \cdots \sqcap C_n \sqsubseteq E$
wenn C_i Existenzrestriktion

$$\left.\begin{array}{lll} \textbf{NF2} & \exists r.C \sqsubseteq E & \leadsto \; C \sqsubseteq A_C, \;\; \exists r.A_C \sqsubseteq E \\ \textbf{NF3} & C \sqsubseteq \exists r.D & \leadsto \; C \sqsubseteq A_C, \;\; A_C \sqsubseteq \exists r.D \\ \textbf{NF4} & A \sqsubseteq \exists r.C & \leadsto \; A \sqsubseteq \exists r.A_C, \;\; A_C \sqsubseteq C \\ \textbf{NF5} & A \sqsubseteq C_1 \sqcap C_2 & \leadsto \; A \sqsubseteq C_1, \;\; A \sqsubseteq C_2 \end{array}\right\} \text{wenn } C \text{ weder Konzeptname noch } \top$$

A ist Konzept**name**; C_i, D, E sind **beliebige** Konzepte; $A_{C_{(i)}}$ sind **neue** Konzept**namen**.

Lemma 6.15

Jede $\mathcal{EL}$-TBox $\mathcal{T}$ kann durch **linear viele** Regelanwendungen in TBox in NF transformiert werden, die konservative Erweiterung von $\mathcal{T}$ ist.

T 6.10

Subsumtion mit TBox

Der Algorithmus beginnt mit der ursprünglichen TBox und wendet dann erschöpfend folgende Regeln an.

R1 $\dfrac{}{A \sqsubseteq A}$ wenn A in $\mathcal{T}$ vorkommt **R2** $\dfrac{}{A \sqsubseteq \top}$ wenn A in $\mathcal{T}$ vorkommt

R3 $$\frac{A \sqsubseteq A_1 \quad \cdots \quad A \sqsubseteq A_n \qquad A_1 \sqcap \cdots \sqcap A_n \sqsubseteq B}{A \sqsubseteq B}$$

R4 $$\frac{A \sqsubseteq \exists r.A_1 \qquad A_1 \sqsubseteq B_1 \qquad \exists r.B_1 \sqsubseteq B}{A \sqsubseteq B}$$

T 6.11

Beachte: $A, A_1, \ldots, A_n, B$ sind Konzept**namen oder** $\top$.

Vollständigkeit

Konstruieren ein einziges Modell, das **alle nicht** aus $\mathcal{T}$ folgenden Subsumtionen zwischen Konzeptnamen **gleichzeitig** falsch macht.

Existenz solcher **kanonischer Modelle** ist **zentrale Eigenschaft** von $\mathcal{EL}$.

Definition 6.19

Die *kanonische Interpretation* $\mathcal{I}$ ist wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \Delta^{\mathcal{I}} &= \{d_A \mid A \text{ Konzeptname in } \mathcal{T}^*\} \cup \{d_\top\} \\ A^{\mathcal{I}} &= \{d_B \mid B \sqsubseteq A \in \mathcal{T}^*\} \\ r^{\mathcal{I}} &= \{(d_A, d_B) \mid A \sqsubseteq A' \in \mathcal{T}^* \text{ und } A' \sqsubseteq \exists r.B \in \mathcal{T}^*, \\ &\qquad A' \text{ Konzeptname}\} \end{aligned}$$

T 6.13

Lemma 6.20

Die kanonische Interpretation $\mathcal{I}$ ist ein Model von $\mathcal{T}^*$. **T 6.14**