Beschreibungslogik
Kapitel 7: ABoxen und Anfragebeantwortung

Sommersemester 2018 Thomas Schneider

AG Theorie der künstlichen Intelligenz (TdKI)

http://tinyurl.com/ss18-bl

Vorlesungsübersicht

Ziel des Kapitels

TBoxen repräsentieren allgemeines, begriffliches Wissen.

Um **konkrete Situationen** zu repräsentieren, braucht man **Instanzdaten.**

Für medizinische Ontologien wie SNOMED z. B. Patientendaten:

Patient(p_1)	Patient(p_2)
Medikament(m)	Krankheit(k)
erhält(p_1, m)	erhält(p_2, m)
heilt(m, k)	hat(p_1, k)

Konzeptnamen Patient, Medikament etc. können in TBox definiert sein.

Ziel des Kapitels

Ziel des Kapitels

- Einführen eines Formalismus für Instanzdaten **(ABox)**
- Studium von Schlussfolgerungsproblemen mit Instanzdaten (insb. verschiedene Varianten von **Anfragebeantwortung**)
- Fokus: Anfragebeantw. mit Datenbanksystemen **und** Ontologien **(Query Rewriting)**

Kapitel 7: ABoxen und Anfragebeantwortung

Kapitel 7: Effiziente Beschreibungslogiken

ABoxen: Syntax

Wir reservieren eine unendliche Menge von **Individuen** $a, b, \ldots$

Diese entsprechen Konstanten im Sinne der Prädikatenlogik.

Definition 7.1 (ABoxen, Syntax)

- Eine **Konzeptassertion** hat die Form $A(a)$, A Konzeptname.
- Eine **Rollenassertion** hat die Form $r(a, b)$, r Rollenname.

Eine **ABox** ist eine endliche Menge von (Konzept- und Rollen-)assertionen.

T 7.1

Ind($\mathcal{A}$) bezeichnet die Menge der in $\mathcal{A}$ verwendeten Individuen.

ABoxen: Semantik

Definition 7.2 (ABoxen, Semantik)

Interpretation $\mathcal{I}$

- **erfüllt** $A(a)$, wenn $a \in A^{\mathcal{I}}$;
- **erfüllt** $r(a, b)$, wenn $(a, b) \in r^{\mathcal{I}}$.

$\mathcal{I}$ ist **Modell** von $\mathcal{A}$, wenn $\mathcal{I}$ alle Assertionen in $\mathcal{A}$ erfüllt.

T 7.1 Forts.

Beachte: Modell $\mathcal{I}$ darf zusätzlich Assertionen wahr machen, die in $\mathcal{A}$ **nicht** vorkommen.

Das in ABoxen repräsentierte Wissen ist also **unvollständiges Wissen**.

Wissensbasen

ABox und TBox fasst man manchmal zu einer **Wissensbasis** zusammen:

Definition 7.3 (Wissensbasis)

Wissensbasis (WB) $\mathcal{K} = (\mathcal{T}, \mathcal{A})$ besteht aus TBox $\mathcal{T}$ und ABox $\mathcal{A}$.

Interpretation $\mathcal{I}$ ist **Modell** von $\mathcal{K}$, wenn $\mathcal{I}$ Modell von $\mathcal{T}$ und von $\mathcal{A}$.

In vielen Anwendungen haben $\mathcal{T}$ und $\mathcal{A}$ **unterschiedlichen Status:**

- $\mathcal{T}$ wird einmal erstellt;
  ändert sich danach üblicherweise nicht mehr.
- $\mathcal{A}$ ändert sich häufig (wie Datenbank).

Grundlegende Schlussfolgerungsprobleme

Definition 7.4 (Konsistenz, Instanz)

Sei $\mathcal{K}$ Wissensbasis, $A(a)$ Konzeptassertion. Dann ist

- $\mathcal{K}$ **konsistent**, wenn $\mathcal{K}$ Modell hat;
- a eine **Instanz von A bzgl.** $\mathcal{K}$, wenn jedes Modell von $\mathcal{K}$ auch $A(a)$ erfüllt.
  Wir schreiben dann $\mathcal{K} \models A(a)$.

T 7.2

Konsistenzproblem:
Gegeben $\mathcal{K}$, entscheide ob $\mathcal{K}$ konsistent ist.

Instanzproblem:
Gegeben $\mathcal{K}$ und $A(a)$, entscheide ob $\mathcal{K} \models A(a)$.

Reduktionen

Konsistenz- und (Nicht-)Instanzproblem sind wechselseitig polynomiell reduzierbar:

Lemma 7.5

1. $\mathcal{K}$ ist konsistent **gdw.** $\mathcal{K} \not\models A(a)$, A neuer Konzeptname.
2. $(\mathcal{T}, \mathcal{A}) \models A(a)$ **gdw.** $(\mathcal{T} \cup \{\overline{A} \equiv \neg A\},\ \mathcal{A} \cup \{\overline{A}(a)\})$ inkonsistent.

T 7.3

Konzept-Erfüllbarkeit ist polynomiell reduzierbar auf Konsistenz:

Lemma 7.6

A erfüllbar bzgl. $\mathcal{T}$ **gdw.** $(\mathcal{T}, \{A(a)\})$ konsistent.

Intuitiv: Erfüllbarkeit entspricht genau WB-Konsistenz mit ABoxen der Form $\{A(a)\}$.

Anfragebeantwortung

Viele Anwendungen verwenden ABoxen wie (semantische) Datenbanken.

Verschiedene Anfragesprachen möglich:

- **Instanzanfrage**:
  gegeben $\mathcal{K}$ und A, ermittle alle a mit $\mathcal{K} \models A(a)$.
- **Konjunktive Anfragen**:
  mächtigere Anfragesprache, Definition später

Anfragebeantwortung ist ein **Berechnungsproblem,**
kein Entscheidungsproblem! **T 7.2 Forts.**

Instanzanfragen in $\mathcal{ALC}$

Beantworten einer Instanzanfrage A zur Wissensbasis $\mathcal{K} = (\mathcal{T}, \mathcal{A})$:

- Antworten berechenbar durch mehrfaches Entscheiden des Instanzproblems:

  Überprüfe, ob $\mathcal{K} \models A(a)$ für alle Individuen a in $\mathcal{A}$.
- Instanzproblem kann auf Konsistenzproblem reduziert werden.

Zur Beantwortung von Instanzanfragen ist es also im Prinzip ausreichend, **Konsistenz** von Wissensbasen entscheiden zu können.

In der Praxis ist das allerdings **nicht sehr effizient.**

Mögliche Algorithmen für Konsistenz:

- Erweiterung von $\mathcal{ALC}$-`Elim` (bzw. $\mathcal{ALC}$-`Worlds`, falls $\mathcal{T} = \emptyset$)
- Erweiterung von Tableau-Algorithmen
- Reduktion auf Konzept-Erfüllbarkeit bzgl. $\mathcal{T}$ *(Precompletion)*

Komplexität

Mit wenigen Ausnahmen:

Konsistenzproblem hat dieselbe Komplexität wie Erfüllbarkeit.

Für $\mathcal{ALC}$, $\mathcal{ALCI}$ also ExpTime-vollständig.

Konjunktive Anfragen führen zu noch **höheren Komplexitäten:**

- in $\mathcal{ALC}$ immer noch ExpTime-vollständig
- in $\mathcal{ALCI}$ 2ExpTime-vollständig

Fragen:

- Wie kann effiziente Anfragebeantwortung realisiert werden?
- Kann man relationale Datenbanksysteme (SQL-Datenbanken) einsetzen?

Kapitel 7: Effiziente Beschreibungslogiken

Relationale Datenbanken

Zur Erinnerung:

- **Relationales Schema** ist Menge von Tabellennamen mit Stelligkeit.
- Konkrete **Datenbankinstanz** füllt die Tabellen mit Inhalten.
- Anfragen sind in SQL formuliert.

Wir betrachten relationale Datenbanken, in denen alle Tabellen nur **eine oder zwei Spalten** haben.

- Einspaltige Tabellen entsprechen Konzeptnamen; zweispaltige Tabellen entsprechen Rollennamen.
- Datenbankinstanz entspricht dann **Interpretation** (nicht ABox): Datenbanken werden als *vollständig* behandelt (Semantik $\neg$).

T 7.4

ABoxen versus Datenbanken

(Un)vollständigkeit hat weitreichende Konsequenzen:

- **Anfragebeantwortung in relationalen Datenbanken**
  entspricht dem **Model-Checking-Problem:**
  - Datenbank = Modell
  - Anfrage = logische Formel
- **Anfragebeantwortung in Beschreibungslogik**
  entspricht logischer **Folgerbarkeit:**
  - Wissensbasis $\mathcal{K}$ = logische Theorie
  - Anfrage = logische Formel

Letzteres ist in der Regel ein **wesentlich schwierigeres Problem.**

Verschiedene wichtige Anfragesprachen

SQL = relationale Algebra = relationales Kalkül (Logik erster Stufe)

- Nützliche und weit verbreitete Anfragesprache.
- Führt im Zusammenhang mit unvollständigen Daten und TBoxen leider sofort zu **Unentscheidbarkeit.**

select-from-where-Anfragen = select-project-join-Anfragen = konjunktive Anfragen

- Wichtiges Fragment von SQL, keine Negation, keine Disjunktion
- In der Praxis sind $> 90\,\%$ aller SQL-Anfragen von dieser Art.

Datalog

- Regelbasierte Anfragesprache, Aussdrucksstärke orthogonal zu SQL
- Erlaubt Rekursion, aber keine Negation

Konjunktive Anfragen: Syntax

Von nun an sei V eine Menge von *Variablen*.

Definition 7.7 (Konjunktive Anfrage, CQ)

- Ein **Konzeptatom** hat die Form $A(x)$, A Konzeptname, $x \in \mathrm{V}$.
- Ein **Rollenatom** hat die Form $r(x, y)$, r Rollenname, $x, y \in \mathrm{V}$.

Eine **konjunktive Anfrage (CQ)** hat die Form $\exists \overline{y}\ \varphi(\overline{x}, \overline{y})$, wobei

- $\overline{y} = y_0 \cdots y_m$ die **quantifizierten Variablen** sind;
- $\overline{x} = x_0 \cdots x_n$ die **Antwortvariablen** sind;
- $\varphi(\overline{x}, \overline{y})$ Konjunktion von Konzept- und Rollenatomen über $\overline{x} \cup \overline{y}$ ist.

T 7.5: siehe nächste 3 Folien

(„CQ“ steht für „conjunctive query“.)

CQs: Beispiel 1

„Alle Student*innen, die eine Vorlesung hören“

$$q_1(x) = \exists y\, \mathsf{StudentIn}(\underline{x}) \wedge \mathsf{hört}(\underline{x}, y) \wedge \mathsf{VL}(y)$$

Konzeptatome: $\mathsf{StudentIn}(\underline{x})$, $\mathsf{VL}(y)$

Rollenatome: $\mathsf{hört}(\underline{x}, y)$

quantifizierte Variablen: y

Antwortvariablen: $\underline{x}$

CQs: Beispiel 2

„Alle Paare (a, b) mit a Student, b VL und a hört b“

$$q_2(x_1, x_2) = \mathsf{StudentIn}(\underline{x_1}) \wedge \mathsf{hört}(\underline{x_1}, \underline{x_2}) \wedge \mathsf{VL}(\underline{x_2})$$

Konzeptatome: $\mathsf{StudentIn}(\underline{x_1}), \mathsf{VL}(\underline{x_2})$

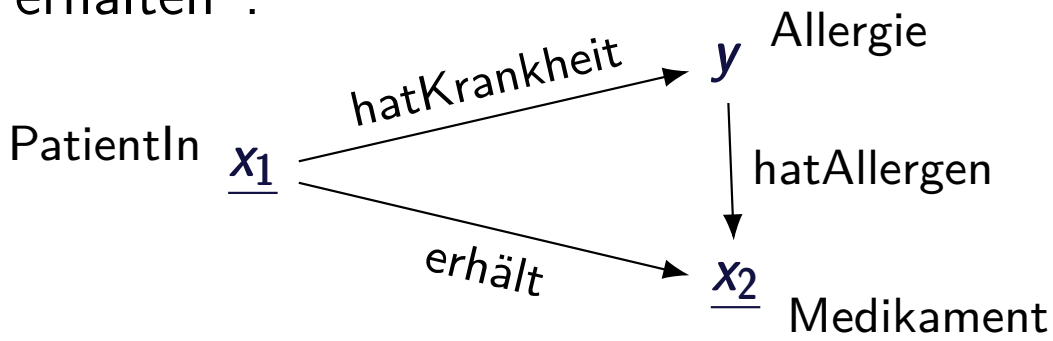
Rollenatome: $\mathsf{hört}(\underline{x_1}, \underline{x_2})$

quantifizierte Variablen: keine

Antwortvariablen: $\underline{x_1}, \underline{x_2}$

CQs: Beispiel 3

„Alle Patient*innen, die eine Allergie haben und ein passendes Medikament erhalten“:



$$q_3(x_1, x_2) = \exists y\ \text{PatientIn}(\underline{x_1}) \wedge \text{hatKrankheit}(\underline{x_1}, y) \wedge \text{Allergie}(y) \wedge \text{erhält}(\underline{x_1}, \underline{x_2}) \wedge \text{hatAllergen}(y, \underline{x_2}) \wedge \text{Medikament}(\underline{x_2})$$

Konzeptatome: $\text{PatientIn}(\underline{x_1})$, $\text{Allergie}(y)$, $\text{Medikament}(\underline{x_2})$

Rollenatome: $\text{hatKrankheit}(\underline{x_1}, y)$, $\text{erhält}(\underline{x_1}, \underline{x_2})$, $\text{hatAllergen}(y, \underline{x_2})$

quantifizierte Variablen: y

Antwortvariablen: $\underline{x_1}, \underline{x_2}$

CQs: Notation

Wir schreiben:

- x, y, z für Variablen
- $\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}$ für Tupel von Variablen
- $\varphi(\overline{x}, \overline{y})$ für Konjunktionen von Atomen über Variablen $\overline{x} \cup \overline{y}$
- $q(\overline{x})$ für konjunktive Anfragen mit Antwortvariablen $\overline{x}$

CQs: Semantik

Definition 7.8 (Homomorphismus, Antwort bzgl. Interpretation)

Sei $\mathcal{I}$ Interpretation und $q(\overline{x}) = \exists \overline{y}\, \varphi(\overline{x}, \overline{y})$ mit $\overline{x} = x_1 \cdots x_n$.

Ein **Homomorphismus von $q(\overline{x})$ nach $\mathcal{I}$** ist eine Abbildung $h : \overline{x} \cup \overline{y} \to \Delta^{\mathcal{I}}$, so dass:

- $h(x) \in A^{\mathcal{I}}$ für alle Konzeptatome $A(x)$ in φ
- $(h(x), h(y)) \in r^{\mathcal{I}}$ für alle Rollenatome $r(x, y)$ in φ

Eine **Antwort auf $q(\overline{x})$ in $\mathcal{I}$** ist ein Tupel $\overline{a} = a_1 \cdots a_n$ von Individuen, so dass es einen Homomorphismus h von $q(\overline{x})$ nach $\mathcal{I}$ gibt mit $h(x_i) = a_i$ für $1 \leq i \leq n$.

ans$(q, \mathcal{I})$ bezeichnet die Menge aller Antworten auf $q(\overline{x})$ in $\mathcal{I}$.

T 7.6

Boolesche CQs

Boolesche konjunktive Anfrage: CQ q **ohne Antwortvariablen**

Wir schreiben $\boldsymbol{q \to \mathcal{I}}$, wenn es Homomorphismus von q nach Interpretation $\mathcal{I}$ gibt.

Boolesche CQ q liefert für jede Interpretation $\mathcal{I}$ entweder

- **keine Antwort** (wenn $q \not\to \mathcal{I}$);
  wir schreiben dann $\boldsymbol{\mathcal{I} \not\models q}$, sagen „$\mathcal{I}$ macht q **falsch**“;
- oder **das leere Tupel ()** als einzige Antwort (wenn $q \to \mathcal{I}$);
  wir schreiben dann $\boldsymbol{\mathcal{I} \models q}$, sagen „$\mathcal{I}$ macht q **wahr**“.

Bei Komplexitätsanalysen betrachten wir meist Boolesche Anfragen.

Die Ergebnisse übertragen sich im Prinzip auf Anfragen mit Antwortvariablen.

Datenkomplexität

In typischen Datenbank-Anwendungen sind die **Daten extrem groß**, **Anfragen** jedoch **verhältnismäßig klein.**

Datenkomplexität: Die Anfrage wird als fest angenommen, hat daher konstante Größe. Die Daten sind also die einzige Eingabe.

Im Gegensatz dazu **kombinierte Komplexität:**
Daten **und** Anfrage werden als Eingabe angesehen.

Einige beispielhafte Komplexitäten:

	Datenkomplexität	kombinierte Kompl.
CQ	in AC^0	NP-vollständig
SQL	in AC^0	PSpace-vollständig
Datalog	P-vollständig	ExpTime-vollständig

Datenkomplexität bildet praktische Beobachtungen **deutlich realistischer** ab!

Kapitel 7: Effiziente Beschreibungslogiken

Ontology-Mediated Queries

Wir betrachten die Beantwortung konjunktiver Anfragen
über **ABoxen** (statt Interpretationen) in Gegenwart von TBoxen.

Dazu möchten wir idealerweise Datenbanksysteme verwenden.

Es macht für diesen Zweck Sinn,

- **nicht** TBox und ABox zu einer Wissensbasis zusammenzufassen,
- **sondern** CQ und TBox zu einer erweiterten Anfrage.

Dies führt zum Begriff der **ontology-mediated query.**
(auf deutsch also etwa: Ontologie-vermittelte Anfrage)

Ontology-Mediated Queries

Definition 7.9 (OMQ)

Eine **Ontology-mediated query (OMQ)** ist ein Paar $Q = (q(\overline{x}), \mathcal{T})$ mit $q(\overline{x})$ konjunktiver Anfrage und $\mathcal{T}$ TBox.

Antwort auf Q in ABox $\mathcal{A}$: Tupel $\overline{a} = a_1 \cdots a_n$ von Individuen, das eine Antwort auf $q(\overline{x})$ in **allen** Modellen von $\mathcal{A}$ und $\mathcal{T}$ ist.

Menge aller Antworten auf Q in $\mathcal{A}$ bezeichnen wir mit **$\mathsf{cert}(Q, \mathcal{A})$**.

Solche Antworten nennt man auch **sichere Antworten** (engl.: certain answers).

Beachte:
$$\mathsf{cert}(Q, \mathcal{A}) = \bigcap_{\substack{\mathcal{I} \text{ Modell} \\ \text{von } \mathcal{A} \text{ und } \mathcal{T}}} \mathsf{ans}(q, \mathcal{I})$$
T 7.7

Beantwortung von OMQs

Anfragebeantwortung:
Gegeben $Q = (q, \mathcal{T})$ und $\mathcal{A}$, berechne cert$(Q, \mathcal{A})$.

Bei **Datenkomplexität** betrachten wir wieder nur die Daten (also $\mathcal{A}$) als Eingabe, aber Q (und damit sowohl q als auch $\mathcal{T}$) als fest.

Boolesche OMQ $Q = (q, \mathcal{T})$ liefert für jede ABox $\mathcal{A}$ entweder

- **leeres Tupel ()** als einzige Antwort, notiert $\mathcal{A} \models Q$
  ($q \to \mathcal{I}$ für alle Modelle $\mathcal{I}$ von $\mathcal{A}$ und $\mathcal{T}$) oder
- **keine Antwort,** notiert $\mathcal{A} \not\models Q$
  ($q \not\to \mathcal{I}$ für mindestens ein Modell $\mathcal{I}$ von $\mathcal{A}$ und $\mathcal{T}$).

Für Boolesche OMQs ist Anfragebeantwortung also ein
Entscheidungsproblem.

Datenkomplexität von OMQs

Wollen zeigen: Beantwortung konjunktiver Anfragen in $\mathcal{ALC}$ ist **coNP-hart bzgl. Datenkomplexität.**

Per Reduktion vom Komplement von 3-Färbbarkeit

Definition 7.10 (3-Färbbarkeit, zur Erinnerung)

Ein **ungerichteter** Graph $G = (V, E)$ ist **3-färbbar,** wenn es eine Abbildung $f : V \to \{R, G, B\}$ gibt, so dass $f(v_1) \neq f(v_2)$ für alle $\{v_1, v_2\} \in E$.

Betrachte folgende OMQ $Q = (q, \mathcal{T})$ (TBox in $\mathcal{ALC}$):

$$\mathcal{T} = \{\ \top \sqsubseteq R \sqcup G \sqcup B, \quad R \sqcap \exists r.R \sqsubseteq D, \quad G \sqcap \exists r.G \sqsubseteq D, \quad B \sqcap \exists r.B \sqsubseteq D\ \}$$

D steht für „Defekt“

$$q = \exists x\, D(x)$$

Datenkomplexität von OMQs

$$\mathcal{T} = \{\ \top \sqsubseteq R \sqcup G \sqcup B, \quad R \sqcap \exists r.R \sqsubseteq D, \quad G \sqcap \exists r.G \sqsubseteq D, \quad B \sqcap \exists r.B \sqsubseteq D\ \}$$

D steht für „Defekt“

$$q = \exists x\, D(x)$$

$$Q = (q, \mathcal{T})$$

Graph-ABox:

- verwendet keine Konzeptnamen und nur den Rollennamen r
- wenn $r(a,b) \in \mathcal{A}$, dann $r(b,a) \in \mathcal{A}$

Offensichtlich sind Graph-ABoxen **dasselbe** wie ungerichtete Graphen.

Lemma 7.11

Für alle Graph-ABoxen $\mathcal{A}$: $\mathcal{A}$ nicht 3-färbbar gdw. $\mathcal{A} \models Q$ **T 7.8**

Dies liefert wie gewünscht eine Reduktion von **Nicht**-3-Färbbarkeit auf Beantwortung der Anfrage Q.

Kapitel 7: Effiziente Beschreibungslogiken

Query rewriting: Ziel

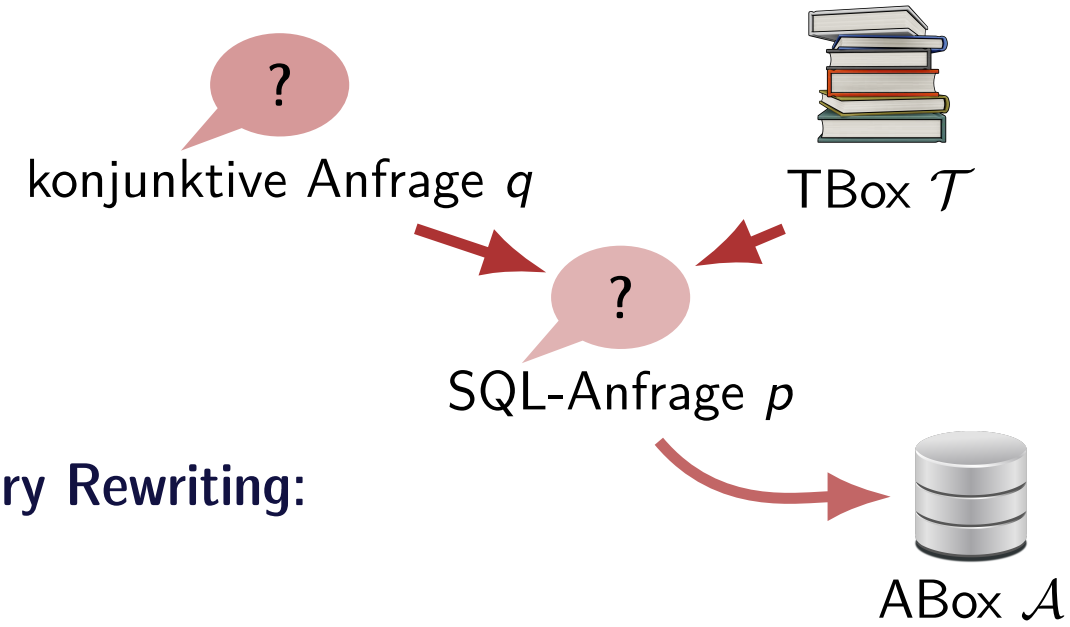
Wollen nun Datenbanksysteme verwenden, um OMQs zu beantworten: TBoxen ins relationale Datenbanksystem „schummeln“.

Wir nehmen an:
Die ABox $\mathcal{A}$ ist als Interpretation $\mathcal{I}$ in der Datenbank gespeichert:

$$\begin{aligned} \Delta^{\mathcal{I}} &= \mathsf{Ind}(\mathcal{A}) \\ A^{\mathcal{I}} &= \{a \mid A(a) \in \mathcal{A}\} \\ r^{\mathcal{I}} &= \{(a,b) \mid r(a,b) \in \mathcal{A}\} \end{aligned}$$

Wir unterscheiden nicht explizit zwischen diesen 2 Darstellungen; verwenden ABox $\mathcal{A}$ auch als Interpretation.

Query rewriting: Idee und Definition



Die Idee von Query Rewriting:

Definition 7.12 (Rewriting)

Sei $Q = (q(\overline{x}), \mathcal{T})$ eine OMQ.

Eine SQL-Anfrage $p(\overline{x})$ ist ein **SQL-Rewriting von Q**, wenn **für alle ABoxen $\mathcal{A}$** gilt:

$$\text{cert}(Q, \mathcal{A}) = \text{ans}(p, \mathcal{A})$$

ABox als Interpretation

Rewritability: zu schön, um wahr zu sein?

Man kann zeigen: Nicht-3-Färbbarkeit ist **nicht in SQL ausdrückbar.**

Dies ist aber schon für **viel einfachere OMQs** der Fall (TBox in $\mathcal{EL}$):

$$\mathcal{T} = \{\ \text{Ziel} \sqsubseteq \text{Markiert},\ \exists r.\text{Markiert} \sqsubseteq \text{Markiert}\ \}$$
$$q = \exists x\,(\text{Markiert}(x) \wedge \text{Start}(x))$$

Reach-ABox:

- verwendet nur den Rollennamen r, beliebige Rollenassertionen
- enthält als Konzeptassertionen nur Start(a) und Ziel(b)
- $\hat{=}$ gerichteter Graph mit markiertem Start & Ziel **T 7.9**

Lemma 7.13

Für alle Reach-ABoxen $\mathcal{A}$ gilt:

$$b \text{ erreichbar von } a \text{ gdw. } \mathcal{A} \models Q$$

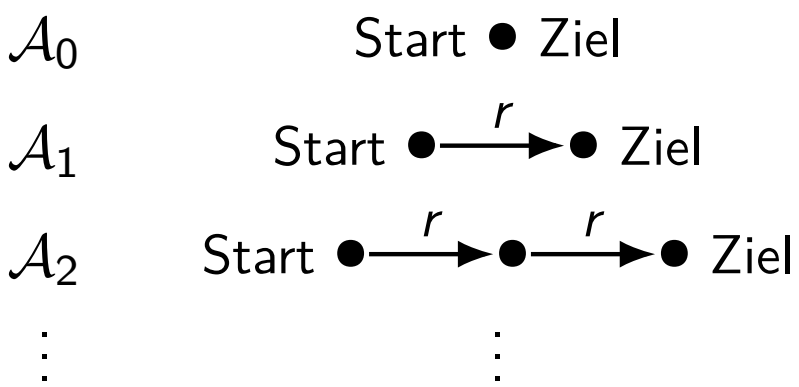
(Beweis ist recht elementar – probiert es aus.)

Rewritability: zu schön, um wahr zu sein?

Erreichbarkeit ist ebenfalls nicht in SQL ausdrückbar.

Grund ist die **Nicht-Lokalität** dieser Anfrage:
es gibt ABoxen $\mathcal{A}_0, \mathcal{A}_1, \ldots$ aufsteigender Größe, so dass gilt:

$$\mathcal{A}_i \models Q, \text{ aber } \mathcal{A}' \not\models Q \text{ für alle } \mathcal{A}' \subsetneq \mathcal{A}_i$$



(Das bezieht sich auf SQL 1&2. Ab SQL 3 sind einige nicht-lokale Anfragen mittels linearer Rekursion ausdrückbar, z. B. Erreichbarkeit; dennoch ist auch in aktuellen SQL-Versionen nicht jede $\mathcal{EL}$-OMQ ausdrückbar.)

DL-Lite

Definition 7.14 (DL-Lite)

Ein **DL-Lite-Konzept** hat eine der folgenden Formen:

A	(Konzeptname)	
$\top$	(Top-Konzept)	
$\exists r$	(**unqualifizierte** Existenzrestriktion)	kurz für $\exists r.\top$
$\exists r^-$	(**unqualifizierte** inverse Existenzrestriktion)	kurz für $\exists r^-.\top$

Eine **DL-Lite-TBox** ist eine endliche Menge von

- Konzeptinklusionen $C_1 \sqsubseteq C_2$
- Rolleninklus. $R_1 \sqsubseteq R_2$ (R_1, R_2: Rollennamen r oder Inverse r^-)

Wir verzichten hier der Einfachheit halber auf negative Inklusionen

$$C_1 \sqsubseteq \neg C_2 \quad \text{und} \quad R_1 \sqsubseteq \neg R_2\,,$$

die in der ursprünglichen Definition ebenfalls zugelassen sind.

T 7.10

DL-Lite

Wir werden sehen:
Für konjunktive Anfragen und DL-Lite-TBoxen gibt es **immer** SQL-Rewritings. **T 7.10 Forts.**

Zentrale Technik im Umgang mit DL-Lite: **universelle Modelle**

Hierbei handelt es sich um ein **einzelnes** Modell,
das genau die „certain answers“ (definiert über **alle** Modelle) liefert.

Universelle Modelle

Sei $\mathcal{A}$ ABox und $\mathcal{T}$ DL-Lite-TBox. **Universelles Modell $\mathcal{U}$** für $\mathcal{A}$ und $\mathcal{T}$:

Schritt 1: Starte mit $\mathcal{U}_0$:

$$\Delta^{\mathcal{U}_0} = \mathsf{Ind}(\mathcal{A})$$
$$A^{\mathcal{U}_0} = \{a \mid A(a) \in \mathcal{A}\}$$
$$r^{\mathcal{U}_0} = \{(a,b) \mid r(a,b) \in \mathcal{A}\}$$

Schritt 2: Wende erschöpfend folgende Regeln an:

R1 **Wenn** $d \in C^{\mathcal{U}_i}$, $C \sqsubseteq A \in \mathcal{T}$, $d \notin A^{\mathcal{U}_i}$, **dann** $A^{\mathcal{U}_{i+1}} = A^{\mathcal{U}_i} \cup \{d\}$

R2 **Wenn** $d \in C^{\mathcal{U}_i}$, $C \sqsubseteq \exists R \in \mathcal{T}$, $d \notin (\exists R)^{\mathcal{U}_i}$, **dann**
erweitere $\Delta^{\mathcal{U}_i}$ um neues Element e; setze $R^{\mathcal{U}_{i+1}} = R^{\mathcal{U}_i} \cup \{(d,e)\}$

R3 **Wenn** $(d,e) \in R^{\mathcal{U}_i}$, $R \sqsubseteq S \in \mathcal{T}$, $(d,e) \notin S^{\mathcal{U}_i}$, **dann**
setze $S^{\mathcal{U}_{i+1}} = S^{\mathcal{U}_i} \cup \{(d,e)\}$
(R, S: Rollennamen r oder Inverse r^-)

$\mathcal{U}$ ergibt sich im **Limit** bei fairer Regelanwendung. **T 7.11**

Universelle Modelle

Offensichtlich ist $\mathcal{U}$ Modell für $\mathcal{A}$ und $\mathcal{T}$:

- Bereits $\mathcal{U}_0$ ist per Definition Modell von $\mathcal{A}$.
- Da keine Regel mehr anwendbar ist, ist $\mathcal{U}$ Modell von $\mathcal{T}$.

Kanonizität: mittels Homomorphismen

Definition 7.15

Ein **Homomorphismus** von Interpretation $\mathcal{I}$ nach Interpretation $\mathcal{J}$ ist eine Abbildung $h : \Delta^{\mathcal{I}} \to \Delta^{\mathcal{J}}$, so dass:

- $d \in A^{\mathcal{I}}$ **impliziert** $h(d) \in A^{\mathcal{J}}$
- $(d, e) \in r^{\mathcal{I}}$ **impliziert** $(h(d), h(e)) \in r^{\mathcal{J}}$

Wir schreiben $\mathcal{I} \to \mathcal{J}$, wenn es Homomph. von $\mathcal{I}$ nach $\mathcal{J}$ gibt.

Lemma 7.16

Für jedes Modell $\mathcal{I}$ von $\mathcal{A}$ und $\mathcal{T}$ gilt: $\mathcal{U} \to \mathcal{I}$ **T 7.12**

Universelle Modelle

Können nun **Haupteigenschaft von universellen Modellen** beweisen.

Der Einfachheit halber im Folgenden **nur Boolesche Anfragen.**

Lemma 7.17

Für jede OMQ $Q = (q, \mathcal{T})$ gilt: $\mathcal{A} \models Q$ gdw. $\mathcal{U} \models q$

Entsprechend für nicht-Boolesche OMQs: $\text{cert}(Q, \mathcal{A}) = \text{ans}(q, \mathcal{U})$

$\rightsquigarrow$ Das universelle Modell repräsentiert also genau die „certain answers“!

Universelle Modelle

Lemma 7.17

Für jede OMQ $Q = (q, \mathcal{T})$ gilt: $\mathcal{A} \models Q$ gdw. $\mathcal{U} \models q$

Beweis: „$\Rightarrow$“.

Wenn $\mathcal{U} \not\models q$, dann $\mathcal{A} \not\models Q$, da $\mathcal{U}$ Modell von $\mathcal{A}$ und $\mathcal{T}$.

„$\Leftarrow$“.

Angenommen $\mathcal{U} \models q$.

Dann gibt es Homomorphismus h von q nach $\mathcal{U}$.

Nach Lemma 7.16 gibt es weiterhin Homomorphismus g von $\mathcal{U}$ in jedes beliebige Modell $\mathcal{I}$ von $\mathcal{A}$ und $\mathcal{T}$.

Komposition $h(g(\cdot))$ liefert Homomorphismus von q nach $\mathcal{I}$; also $\mathcal{I} \models q$ für alle Modelle $\mathcal{I}$ von $\mathcal{A}$ und $\mathcal{T}$.

Also $\mathcal{A} \models Q$. □

Lokalität

Anfragebeantwortung bzgl. DL-Lite-TBoxen ist lokal:

Theorem 7.18

Sei $Q = (q, \mathcal{T})$ OMQ mit DL-Lite-TBox $\mathcal{T}$. Wenn $\mathcal{A} \models Q$, dann gibt es $\mathcal{A}' \subseteq \mathcal{A}$ mit $|\mathsf{Ind}(\mathcal{A}')| \leq |Q|^2 + |Q|$ und $\mathcal{A}' \models Q$. **T 7.14**

Beachte: die Größe von $\mathcal{A}'$ hängt nur von q und $\mathcal{T}$ ab! **T 7.13**

Definition 7.19 (kleine Zeugen)

Sei $Q = (q, \mathcal{T})$ OMQ mit DL-Lite-TBox $\mathcal{T}$, $n = |Q|^2 + |Q|$ und $\mathsf{Ind} = \{a_1, \ldots, a_n\}$ feste Menge von n Individuennamen.

ABox $\mathcal{A}$ ist **kleiner Q-Zeuge,** wenn

- $\mathcal{A}$ nur Symbole aus Q verwendet;
- $\mathsf{Ind}(\mathcal{A}) \subseteq \mathsf{Ind}$ (also $|\mathsf{Ind}(\mathcal{A})| \leq n$) und
- $\mathcal{A} \models Q$.

Offensichtlich: es gibt nur **endlich viele** kleine Q-Zeugen.

Nun: Rewritings für DL-Lite-OMQs

Korollar 7.20

Sei $Q = (q, \mathcal{T})$ OMQ mit DL-Lite-TBox $\mathcal{T}$. Dann gilt:

$$\mathcal{A} \models Q \quad \text{gdw.} \quad \text{es gibt kleinen } Q\text{-Zeugen } \mathcal{A}' \text{ mit } \mathcal{A}' \subseteq^* \mathcal{A}$$

Lemma 7.21

Für jede ABox $\mathcal{B}$ gibt es Boolesche SQL-Anfrage $q_{\mathcal{B}}$,
so dass für alle ABoxen $\mathcal{A}$:

$$\mathcal{B} \subseteq^* \mathcal{A} \quad \text{gdw.} \quad \mathcal{A} \models q_{\mathcal{B}} \qquad \textbf{T 7.15}$$

Damit ist die Konstruktion eines SQL-Rewritings offensichtlich:

$$q_{\mathcal{B}_1} \texttt{ UNION } \cdots \texttt{ UNION } q_{\mathcal{B}_k}$$

wobei $\mathcal{B}_1, \ldots, \mathcal{B}_k$ alle (endlich vielen) kleinen Q-Zeugen sind

*(bis auf Individuenumbenennung)

Zusammenfassung

- Nicht-Lokalität ist der Grund, warum für $\mathcal{EL}$- und $\mathcal{ALC}$-OMQs im Allgemeinen **keine** SQL-Rewritings existieren.
- In DL-Lite sind $\exists$-Restriktionen extrem eingeschränkt:
  unquantifiziert
- Dies resultiert in **Lokalität** (kleine Q-Zeugen).
- Lokale Anfragen sind in SQL ausdrückbar.
- Hintergrund ist die Äquivalenz von SQL und Prädikatenlogik; für diese ist Lokalität eines der wichtigsten Werkzeuge.

Anfragebeantwortung jenseits von DL-Lite

- Wir hatten gesehen: auch für $\mathcal{EL}$-OMQs müssen SQL-Rewritings nicht existieren (Erreichbarkeit).
- Man kann für $\mathcal{EL}$-OMQs aber stets **Datalog**-Rewritings finden; auch dafür gibt es sehr effiziente Systeme.

- Anstatt die TBox in die **Anfrage** zu integrieren, kann man sie in die **ABox** integrieren **(Materialisierung).**
- Materialisierung funktioniert stets für $\mathcal{EL}$, erlaubt auch hier die Verwendung von SQL-Datenbanken.
- Materialisierung funktioniert im Allgemeinen **nicht** in $\mathcal{ALC}$; in **praktisch relevanten Fällen** aber oftmals doch.

Und nun ...

Auslassungen

Viele relevante Themen ausgelassen:

- „eingebaute“ Datentypen (Zahlen, Strings, etc.)
  zur Repräsentation von z. B. Alter, Gewicht, Distanz, etc.
- Zusammenhang zur Automatentheorie
- ★ Modularität von Ontologien, Modulextraktion
- ★ Erklärungen von Inferenzen (Subsumtionen, Unerfüllbarkeit)
- ★ Erweiterungen von DLs:
  z. B. temporale DLs, probabilistische DLs
- Entwurfsmethodologien für Ontologien
- Anwendungen wie das Semantische Web

★ Aktuelle Forschung, auch in unserer AG

★ ebenso; **mehr dazu morgen!**

OWL

Vom W3C (World Wide Web Committee, `w3.org`)
standardisierte Ontologiesprache:

- soll im semantischen Web Verwendung finden
- basiert auf Beschreibungslogik
- hat verschiedene menschen- und maschinenverständliche Syntaxen, u. a. XML, RDFS (Resource Description Framework)

Zwei Versionen von OWL:

- OWL 1.0 (W3C-Standard 2004)
- **OWL 2.0** (W3C-Standard 2009)
  siehe auch: `https://www.w3.org/TR/owl2-overview/`

OWL

OWL 1.0: $\mathcal{ALC}$ plus

- Zahlenrestriktionen
- Inverse Rollen
- Transitive Rollen
- Nominale (Konzepte mit genau einer Instanz in jedem Modell)
- etc.

Erfüllbarkeit ist entscheidbar und NExpTime-vollständig.

OWL

OWL 2.0: OWL 1.0 plus

- reflexive und symmetrische Rollen
- Rolleninklusionen $r_1 \circ r_2 \sqsubseteq s$
- etc.

Erfüllbarkeit ist N2ExpTime-vollständig.

Wegen hoher Komplexität:
drei offizielle **Profile** mit besseren Berechnungseigenschaften, z. B.

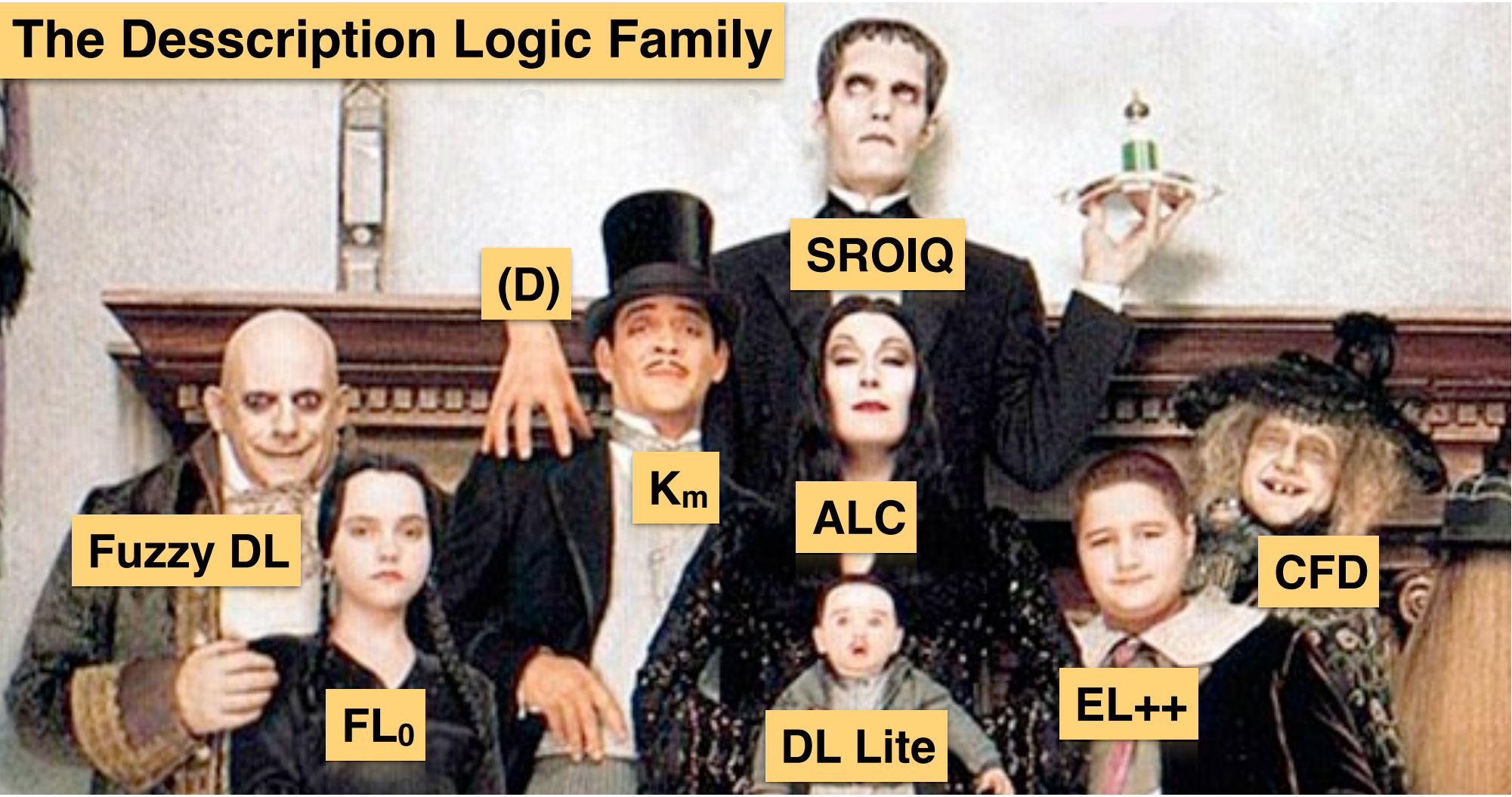
- Schlussfolgern in Polynomialzeit
  (z. B. Profile EL, QL: basierend auf $\mathcal{EL}$ bzw. DL-Lite)
- effiziente Beantwortung konjunktiver Anfragen mit Standard-DB-Systemen (Profil QL)

Das war's (fast)

Danke für's Teilnehmen! ☺

Übermorgen:

- ★ **Aktuelle Forschung:**
  Überblick zum Thema Modularität von Ontologien
- kurze Auswertung der Evaluationsergebnisse
- Werbung für Wahlveranstaltung im Wintersemester



Idee und Collage: Uli Sattler und ich (ESSLLI-Kurs 2016 über DLs)

Literatur für dieses Kapitel

Franz Baader, Ian Horrocks, Carsten Lutz, Uli Sattler. **[Basis]**

An Introduction to Description Logic.

Cambridge University Press, 2017.

Kapitel 7: Query Answering

In SUUB verfügbar: `https://tinyurl.com/suub-intro-dl-ebook`
`https://tinyurl.com/suub-intro-dl`

[Weiterführend]

Carsten Lutz' aktuelle Arbeiten zum Thema Query Answering/Rewriting:
`http://www.informatik.uni-bremen.de/tdki/research/papers.html`