Beschreibungslogik
Kapitel 2: Grundlagen

Sommersemester 2018 Thomas Schneider

AG Theorie der künstlichen Intelligenz (TdKI)

http://tinyurl.com/ss18-bl

Vorlesungsübersicht

Kapitel 2: Grundlagen

Und nun ...

$\mathcal{ALC}$

Es gibt viele verschiedene Beschreibungslogiken:

- viele mögliche Kompromisse bzgl. Ausdrucksstärke vs. Komplexität des Schlussfolgerns
- verschiedene Anwendungen haben unterschiedliche Anforderungen

Hier zunächst $\mathcal{ALC}$:

- die einfachste BL mit allen Booleschen Konstruktoren
- eingeführt 1991 von Manfred Schmidt-Schauß & Gert Smolka
- steht für *Attributive (Concept) Language with Complement*

$\mathcal{ALC}$

Wir fixieren von nun an

- eine abzählbar unendliche Menge von **Konzeptnamen**

  Diese bezeichnen Klassen / unäre Prädikate

  z. B. Person, Kurs, Universität, Tafel, StudentIn, etc.

- eine abzählbar unendliche Menge von **Rollennamen**

  Diese bezeichnen Relationen / binäre Prädikate

  z. B. hört, lehrt, istTeilVon, etc.

Wir nehmen die beiden Mengen als disjunkt an und unterscheiden Konzept- und Rollennamen über Groß-/Kleinschreibung.

$\mathcal{ALC}$

Konzepte dienen der *Beschreibung* einer Klasse von Objekten, sind zusammengesetzt aus

- Konzeptnamen
- Rollennamen
- Konzeptkonstruktoren
- (manchmal auch Rollenkonstruktoren)

Es gibt viele verschiedene Konstruktoren.

Verschiedene Konstruktormengen ergeben verschiedene Beschreibungslogiken.

$\mathcal{ALC}$: Syntax

Definition 2.1 ($\mathcal{ALC}$-Konzepte)

Die Menge der **$\mathcal{ALC}$-Konzepte** ist induktiv definiert:

- Jeder Konzeptname ist $\mathcal{ALC}$-Konzept.
- Wenn C, D $\mathcal{ALC}$-Konzepte, so auch
  - $\neg C$ (Negation)
  - $C \sqcap D$ (Konjunktion)
  - $C \sqcup D$ (Disjunktion)
- Wenn C $\mathcal{ALC}$-Konzept und r Rollenname, so sind
  - $\exists r.C$ (Existenzrestriktion)
  - $\forall r.C$ (Werterestriktion)

  $\mathcal{ALC}$-Konzepte.

T 2.1

$\mathcal{ALC}$: Syntax

Verwendete Symbole:

- A, B für Konzeptnamen
- C, D für zusammengesetzte Konzepte
- r, s für Rollennamen

Zwei nützliche Abkürzungen: wir schreiben

- $\top$ für $A \sqcup \neg A$
- $\bot$ für $A \sqcap \neg A$

wobei A ein beliebiger Konzeptname ist.

$\mathcal{ALC}$: Syntax

Präzedenzregel:

$\neg$, $\exists$, $\forall$ binden stärker als $\sqcap$ und $\sqcup$

Also zum Beispiel:

$$\forall r.(\exists r.A \sqcap B) \text{ steht für } \forall r.((\exists r.A) \sqcap B)$$
$$\text{und nicht für } \forall r.(\exists r.(A \sqcap B))$$

Keine Präzedenz zwischen $\sqcap$ und $\sqcup$ $\rightsquigarrow$ Klammern verwenden!

$\mathcal{ALC}$: Semantik

Definition 2.2 ($\mathcal{ALC}$-Semantik)

Eine **Interpretation $\mathcal{I}$** ist Paar $(\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ mit

- $\Delta^{\mathcal{I}}$ nicht-leere Menge (*Domäne*)
- $\cdot^{\mathcal{I}}$ **Interpretationsfunktion** bildet ab:
  - jeden Konzeptnamen A auf Menge $A^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$
  - jeden Rollennamen r auf Relation $r^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$ **T 2.2**

Abbildung $\cdot^{\mathcal{I}}$ wird induktiv auf zusammengesetzte Konzepte erweitert:

$$(\neg C)^{\mathcal{I}} = \Delta^{\mathcal{I}} \setminus C^{\mathcal{I}}$$

T 2.2 Forts.

$$(C \sqcap D)^{\mathcal{I}} = C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}} \qquad (C \sqcup D)^{\mathcal{I}} = C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}}$$

$$(\exists r.C)^{\mathcal{I}} = \{d \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \text{es gibt } e \in \Delta^{\mathcal{I}} \text{ mit } (d,e) \in r^{\mathcal{I}} \text{ und } e \in C^{\mathcal{I}}\}$$

$$(\forall r.C)^{\mathcal{I}} = \{d \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \text{für alle } e \in \Delta^{\mathcal{I}}, (d,e) \in r^{\mathcal{I}} \text{ impliziert } e \in C^{\mathcal{I}}\}$$

$\mathcal{ALC}$: Semantik

Verwendete Symbole:

- $\mathcal{I}, \mathcal{J}$ für Interpretationen
- d, e für Elemente der Domäne

Für Interpretationen verwenden wir übliche Terminologie für Graphen:

- e ist **r-Nachfolger** von d (in $\mathcal{I}$) wenn $(d, e) \in r^{\mathcal{I}}$.
- e ist **r-Vorgänger** von d (in $\mathcal{I}$) wenn $(e, d) \in r^{\mathcal{I}}$.
- Wenn r unwichtig ist,
  sprechen wir nur von **Nachfolgern**/**Vorgängern.**
- $\mathcal{I}$ ist **endlich** gdw. $\Delta^{\mathcal{I}}$ endlich ist.

Extension/Modell

Wir nennen

- $C^{\mathcal{I}}$ die **Extension** des Konzeptes C;
- jedes $d \in C^{\mathcal{I}}$ eine **Instanz** des Konzeptes C;
- $r^{\mathcal{I}}$ die **Extension** der Rolle r.

Beachte:

- $\top^{\mathcal{I}}$ ist für jede Interpretation $\mathcal{I}$ identisch mit $\Delta^{\mathcal{I}}$
  $\top$ repräsentiert also immer die Menge **aller** Elemente, z. B.:

  $\mathsf{Mensch} \sqcap \exists \mathsf{hatKind}.\top$
  Menschen, die ein nicht näher spezifiziertes Kind haben

- $\bot^{\mathcal{I}}$ ist für jede Interpretation $\mathcal{I}$ leer.
  Intuitiv repräsentiert $\bot$, dass etwas unmöglich ist, z. B.:

  $\mathsf{Mensch} \sqcap \forall \mathsf{hatKind}.\bot$
  Menschen, die keine Kinder haben **T 2.3**

Erfüllbarkeit, Subsumtion, Äquivalenz

Folgende Begriffe aus der Aussagenlogik sind auch für $\mathcal{ALC}$ relevant:

Definition 2.3 (erfüllbar, subsumiert, äquivalent)

Seien C und D $\mathcal{ALC}$-Konzepte. Dann

- ist C **erfüllbar,** wenn es Interpretation $\mathcal{I}$ gibt mit $C^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$; wir nennen $\mathcal{I}$ dann ein **Modell** von C;
- wird C **von D subsumiert,** wenn $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ in allen Interpretationen $\mathcal{I}$ (Notation $C \sqsubseteq D$);
- sind C und D **äquivalent,** wenn $C^{\mathcal{I}} = D^{\mathcal{I}}$ in allen Interpretationen $\mathcal{I}$ (Notation $C \equiv D$).

T 2.4

In Aussagenlogik sagt man „D folgt aus C“ statt „D subsumiert C“.

Erfüllbarkeit, Subsumtion, Äquivalenz

Die üblichen aussagenlogischen Äquivalenzen gelten auch in $\mathcal{ALC}$, z. B.:

$\neg(C \sqcap D)$	$\equiv$	$\neg C \sqcup \neg D$	de Morgansches Gesetz
$\neg(C \sqcup D)$	$\equiv$	$\neg C \sqcap \neg D$	de Morgansches Gesetz
$C \sqcap D$	$\equiv$	$D \sqcap C$	Kommutativität von Konjunktion
$C \sqcup D$	$\equiv$	$D \sqcup C$	und Disjunktion
$C \sqcap (D \sqcap E)$	$\equiv$	$(C \sqcap D) \sqcap E$	Assoziativität von Konjunktion
$C \sqcup (D \sqcup E)$	$\equiv$	$(C \sqcup D) \sqcup E$	und Disjunktion
$C \sqcap \top$	$\equiv$	C	neutrales Element Konjunktion
$C \sqcup \bot$	$\equiv$	C	neutrales Element Disjunktion

Und nun ...

TBoxen

Zur Erinnerung:

TBoxen (terminologische Boxen)

- definieren Konzepte
- setzen diese zueinander in Beziehung

Konzeptdefinition z. B.

$$\mathsf{StudentIn} \equiv \mathsf{Mensch} \sqcap \exists \mathsf{hört}.\mathsf{Vorlesung}$$

Allgemeines Hintergrundwissen/Constraint z. B.

$$\mathsf{StudentIn} \sqcap \mathsf{Vorlesungssaal} \sqsubseteq \bot$$

TBoxen — Syntax und Semantik

Definition 2.4 (TBox, Syntax)

Konzeptinklusion ist Ausdruck $C \sqsubseteq D$, mit C, D Konzepten.

TBox ist endliche Menge von Konzeptinklusionen.

Wir verwenden $C \equiv D$ als Abkürzung für $C \sqsubseteq D$, $D \sqsubseteq C$.

Konzeptinklusion $C \sqsubseteq D$ wird gelesen als „C impliziert D“. **T 2.5**

Definition 2.5 (TBox, Semantik)

Interpretation $\mathcal{I}$

- **erfüllt** Konzeptinklusion $C \sqsubseteq D$ gdw. $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$;
- ist **Modell** von TBox $\mathcal{T}$ gdw. $\mathcal{I}$ alle Konzeptinklusionen in $\mathcal{T}$ erfüllt.

T 2.5 Forts.

TBoxen — Semantik

Beachte: in einer konkreten Interpretation $\mathcal{I}$ werden

- **Konzepte** als **Mengen von Elementen** interpretiert;
- **TBoxen** entweder erfüllt oder nicht erfüllt;
  ihnen wird also ein **Wahrheitswert** zugewiesen.

Intuitiv entspricht jede Interpretation einer **möglichen Welt**.

Manche dieser Welten möchten wir **ausschließen**, weil wir sie aufgrund unseres Wissens nicht für möglich halten.

Genau dazu dienen TBoxen:
jede Konzeptinklusion **„eliminiert“ unerwünschte Interpretationen**.

TBoxen — Modellierung

In der Praxis bestehen TBoxen zu einem **großen Teil** aus

- **Konzeptinklusionen $A \sqsubseteq C$,** wobei A ein Konzept**name** ist

  Intuitiv ist C **notwendige Bedingung** dafür, eine Instanz von A zu sein.

  z. B. in SNOMED:

  $$\text{Perikardium} \sqsubseteq \text{Gewebe} \sqcap \exists \text{teilVon.Herz}$$

- **Konzeptdefinitionen $A \equiv C$,** wobei A ein Konzept**name** ist

  Intuitiv ist C **notwendige und hinreichende Bedingung** dafür, eine Instanz von A zu sein

  z. B. in SNOMED:

  $$\text{Perikarditis} \equiv \text{Entzündung} \sqcap \exists \text{ort.Perikardium}$$

Hinreichende Bedingungen sind für viele Konzepte **schwer** zu finden.

TBoxen — Modellierung

Modellierungsmuster, die **nicht** in dieses Schema passen z. B.:

- **Disjunktheitsconstraints** $C \sqcap D \sqsubseteq \bot$

  Kein Objekt kann sowohl zu Konzept C als auch zu Konzept D gehören.

  z. B. in SNOMED:

  $$\text{Befund} \sqcap \text{Körperstruktur} \sqsubseteq \bot$$

- **Komplexe Zusammenhänge** zwischen mehreren Konzepten

  z. B.:

  $$\text{ProfessorIn} \sqcap \exists \text{hat.Lehrdeputat} \sqsubseteq \exists \text{hält.Vorlesung}$$

Erfüllbarkeit, Subsumtion, Äquivalenz

Wir erweitern unsere grundlegenden Begriffe auf TBoxen:

Definition 2.6 (erfüllbar, subsumiert, äquivalent bezügl. einer TBox)

Seien C, D $\mathcal{ALC}$-Konzepte und $\mathcal{T}$ TBox. Dann

- ist C **erfüllbar bzgl.** $\mathcal{T}$ gdw. $\mathcal{T}$ Modell $\mathcal{I}$ hat mit $C^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$;
- wird C **von D subsumiert bzgl.** $\mathcal{T}$ gdw. $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ in allen Modellen $\mathcal{I}$ von $\mathcal{T}$ (Notation $\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$);
- sind C und D **äquivalent bzgl.** $\mathcal{T}$ gdw. $C^{\mathcal{I}} = D^{\mathcal{I}}$ in allen Modellen $\mathcal{I}$ von $\mathcal{T}$ (Notation $\mathcal{T} \models C \equiv D$).

T 2.6

Kleine Übung für Zwischendurch

Aufgabe

1. $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq \exists r.B \sqcap \exists s.B, \quad \exists r.B \sqsubseteq \forall r.A\}$

   Ist der Konzeptname A erfüllbar bzgl. der TBox $\mathcal{T}$?

2. $\mathcal{T} = \{\exists r.\top \sqsubseteq A_1, \quad \forall r.B \sqsubseteq A_2\}$

   Gilt $\mathcal{T} \models \top \sqsubseteq A_1 \sqcup A_2$?

Hinweise:

- Erfüllbarkeit zeigen: Modell angeben
- Unerfüllbarkeit zeigen: semantisch argumentieren
- Subsumtion zeigen: semantisch argumentieren
- Nicht-Subsumtion zeigen: Gegenmodell angeben

Monotonie

Das Erweitern einer TBox um zusätzliche Konzeptinklusionen wirkt sich wie folgt auf Erfüllbarkeit und Subsumption aus:

Lemma 2.7

Seien $\mathcal{T}_1$ und $\mathcal{T}_2$ TBoxen mit $\mathcal{T}_1 \subseteq \mathcal{T}_2$. Dann gilt:

1. Wenn C erfüllbar bzgl. $\mathcal{T}_2$, dann ist C erfüllbar bzgl. $\mathcal{T}_1$.
2. Wenn $\mathcal{T}_1 \models C \sqsubseteq D$, dann $\mathcal{T}_2 \models C \sqsubseteq D$.

Die umgekehrten Aussagen sind im Allgemeinen **nicht** richtig. T 2.7

Eine Logik, die diese Eigenschaften erfüllt, nennt man **monoton**.

(Das Hinzunehmen von Formeln kann nur zu **zusätzlichen** Konsequenzen führen, aber nicht dazu, dass Konsequenzen ungültig werden.)

Und nun ...

Schlussfolgerungsprobleme

Zur Erinnerung: Schlussfolgern ...

- ist der wichtigste Bestandteil eines intelligenten Systems
- dient dazu, aus explizit gegebenem Wissen neues Wissen abzuleiten, das vorher nur implizit vorhanden war

Wichtigstes Designkriterium für Beschreibungslogiken:

So viel Ausdrucksstärke wie nötig, aber nicht mehr, um möglichst effizientes Schlussfolgern zu erlauben.

Schlussfolgerungsprobleme

Erfüllbarkeitsproblem:

Gegeben C und $\mathcal{T}$, entscheide ob C erfüllbar bzgl. $\mathcal{T}$.

Subsumtionsproblem:

Gegeben C, D und $\mathcal{T}$, entscheide ob $\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$.

Äquivalenzproblem:

Gegeben C, D und $\mathcal{T}$, entscheide ob $\mathcal{T} \models C \equiv D$.

Diese Entscheidungsprobleme kann man auch mit leerer TBox $\mathcal{T} = \emptyset$ betrachten.

Motivation

Anwendung der Schlussfolgerungsprobleme:

- Modellierungsfehler finden:
  Unerfüllbare Konzepte sind im Allgemeinen **unerwünscht.**

- die Struktur der TBox explizit machen, z. B. für Browsing:
  Subsumtion (= Is-A-Relation) ist Haupt-**Strukturierungsmittel** für TBoxen.
  $C \sqsubseteq D$ kann gelesen werden als „D ist genereller als C“.

- Redundanzen finden:
  Zwei **äquivalente Konzepte** sind **unter Umständen unerwünscht.**

Subsumtion als Ordnungsrelation

Lemma 2.8

Für jede TBox $\mathcal{T}$ ist die Relation „$\sqsubseteq$ bzgl. $\mathcal{T}$“

- reflexiv $(\mathcal{T} \models C \sqsubseteq C)$ und
- transitiv $(\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$ und $\mathcal{T} \models D \sqsubseteq E$ impliziert $\mathcal{T} \models C \sqsubseteq E)$.

Bis auf fehlende Antisymmetrie ist $\sqsubseteq$ also partielle Ordnung.

Man kann $\sqsubseteq$ als **Hasse-Diagramm** darstellen,
dessen Knoten mit Mengen von Konzepten beschriftet sind.

Normalerweise Einschränkung auf die in $\mathcal{T}$ verwendeten Konzept**namen** **T 2.8**

Klassifikation

Ein weiteres Schlussfolgerungsproblem:

Klassifikation:

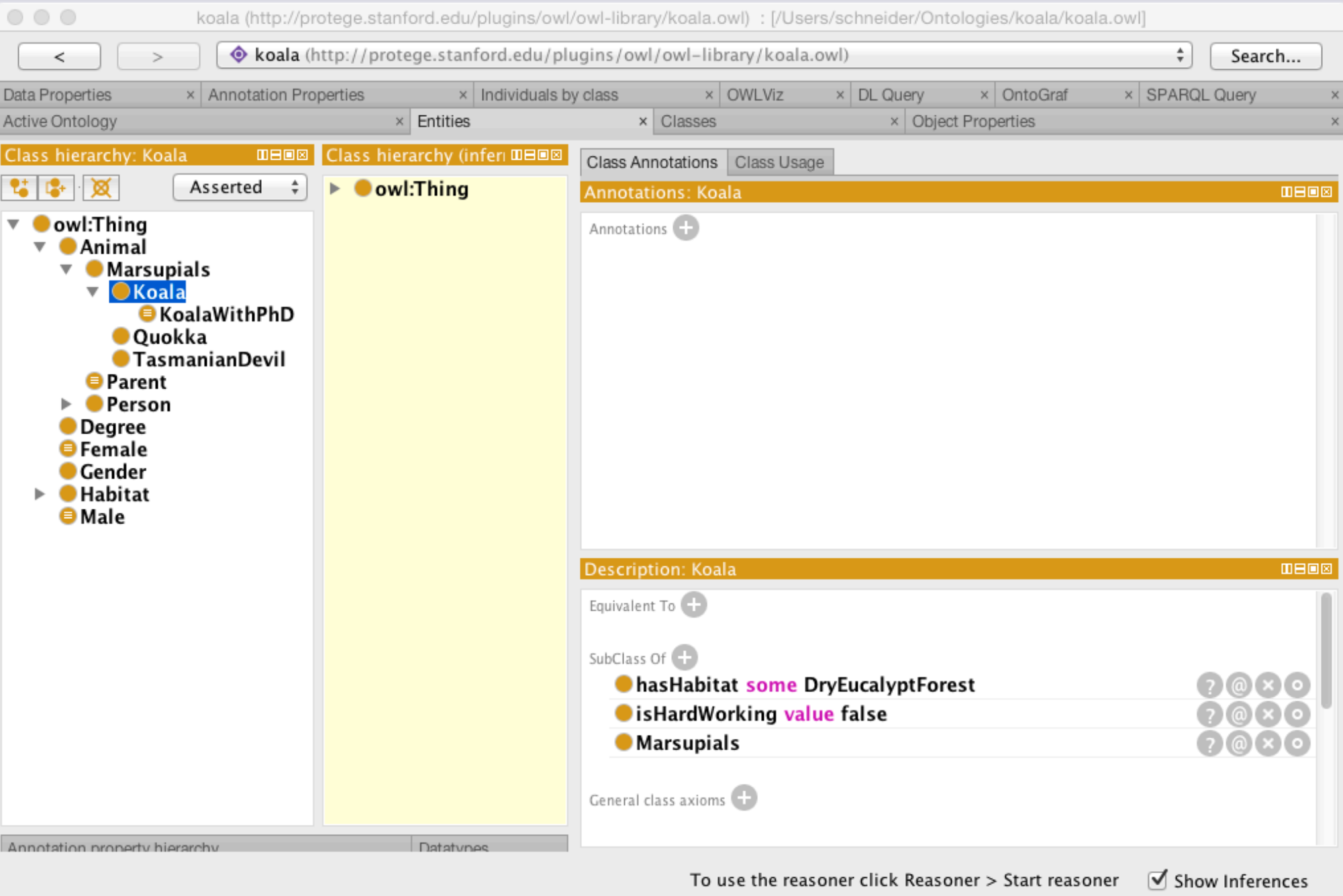
Gegeben $\mathcal{T}$, **berechne** das Hasse-Diagramm für $\sqsubseteq$ bzgl. $\mathcal{T}$, eingeschränkt auf Konzeptnamen in $\mathcal{T}$.

Ist ein **Berechnungsproblem,** kein Entscheidungsproblem.

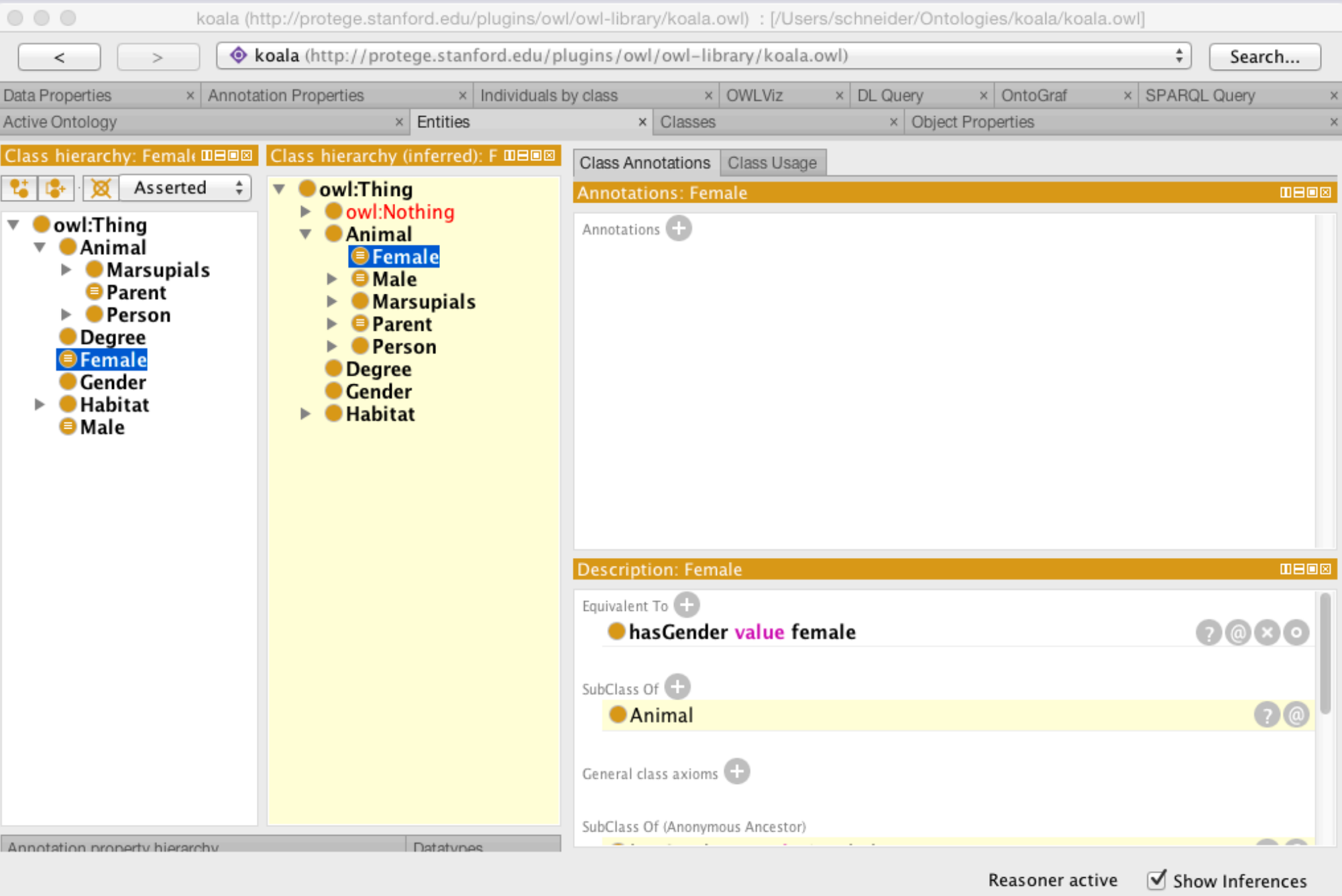
In der Praxis:

- berechenbar durch $\mathcal{O}(n^2)$ Subsumtionsberechnungen (n = Anzahl der Konzeptnamen in $\mathcal{T}$)
- zahlreiche Optimierungen verfügbar

Ontologie-Editor Protégé



Klassifikation in Protégé



Reduktionen

Die 3 Schlussfolgerungsprob. sind wechselseitig polynomiell reduzierbar:

Lemma 2.9

1. Subsumtion ist polynomiell reduzierbar auf (Un)erfüllbarkeit:
   $\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$ gdw. $C \sqcap \neg D$ unerfüllbar bzgl. $\mathcal{T}$
2. Erfüllbarkeit polynomiell reduzierbar auf (Nicht-)Äquivalenz:
   C erfüllbar bzgl. $\mathcal{T}$ gdw. $\mathcal{T} \not\models C \equiv \bot$
3. Äquivalenz ist polynomiell reduzierbar auf Subsumtion:
   $\mathcal{T} \models C \equiv D$ gdw. $\mathcal{T} \models \top \sqsubseteq (C \sqcap D) \sqcup (\neg C \sqcap \neg D)$

T 2.9

Algorithmus für eines der Probleme kann also auch für die beiden anderen verwendet werden;
alle drei Probleme haben dieselbe Komplexität (in $\mathcal{ALC}$)

Im Folgenden konzentrieren wir uns meist auf Erfüllbarkeit.

Und nun ...

Erweiterungen von $\mathcal{ALC}$

Wir betrachten exemplarisch **zwei Erweiterungen von $\mathcal{ALC}$:**

- $\mathcal{ALCI}$: $\mathcal{ALC}$ mit inversen Rollen (Rollenkonstruktor)
- $\mathcal{ALCQ}$: $\mathcal{ALC}$ mit Zahlenrestriktionen (Konzeptkonstruktor)

Beide Erweiterungen sind in OWL realisiert.

Namenschema:

- ein Buchstabe pro Erweiterung; üblicherweise steht
  - $\mathcal{I}$ für **i**nverse Rollen
  - $\mathcal{Q}$ für **q**uantifizierte Zahlenrestriktionen
  - $\mathcal{N}$ für unquantifizierte Zahlenrestriktionen (**n**umber restrictions)
    $\rightsquigarrow$ Spezialfall von $\mathcal{Q}$
  - $\mathcal{F}$ für **F**unktionalität $\rightsquigarrow$ Spezialfall von $\mathcal{N}$

    $\vdots$
- kann kombiniert werden, z. B. $\mathcal{ALCQI}$

$\mathcal{I}$: Inverse Rollen

Häufig möchte man über Rollen **„in beiden Richtungen“** reden:

- SNOMED: hatTeil / istTeilVon (z. B. in der Anatomie)
- Universitätsbeispiel: hört / wirdGehörtVon ,
  gibt / wirdGegebenVon

Verwendet man diese Rollen einfach als Namen in $\mathcal{ALC}$,
gibt es unintuitive Konsequenzen.

T 2.10

$\mathcal{I}$: Inverse Rollen

Definition 2.10 (Inverse Rollen)

Für jeden Rollennamen r ist r^- die **inverse Rolle** zu r.
Wir definieren:

$$(r^-)^{\mathcal{I}} = \{(e, d) \mid (d, e) \in r^{\mathcal{I}}\}$$

$\mathcal{ALCI}$: $\mathcal{ALC}$ erweitert um die Möglichkeit, inverse Rollen in Existenz- und Werterestriktionen zu benutzen.

T 2.10 Forts.

$\mathcal{Q}$: Zahlenrestriktionen

Häufig möchte man Rollennachfolger „zählen“ können:

- SNOMED: Eine Hand ist ein Organ mit **genau 5** Teilen, die ein Finger sind.
- Universitätsbeispiel: in jedem Semester werden **mindestens 2** Wahlpflichtmodule angeboten

Wir werden sehen:
In $\mathcal{ALC}$ ist Zählen nicht ohne Weiteres möglich!

$\mathcal{Q}$: Zahlenrestriktionen

Definition 2.11 (Zahlenrestriktion)

Für jede natürliche Zahl n, jeden Rollennamen r, jedes Konzept C:

- $\leqslant n\, r.C$ (Höchstens-Restriktion)
- $\geqslant n\, r.C$ (Mindestens-Restriktion)

Die Semantik ist:

$$\leqslant n\, r.C^{\mathcal{I}} = \{d \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \#\{e \mid (d,e) \in r^{\mathcal{I}} \wedge e \in C^{\mathcal{I}}\} \leq n\}$$
$$\geqslant n\, r.C^{\mathcal{I}} = \{d \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \#\{e \mid (d,e) \in r^{\mathcal{I}} \wedge e \in C^{\mathcal{I}}\} \geq n\}$$

Beachte: T 2.11

- $\exists r.C$ ist äquivalent zu $\geqslant 1\, r.C$
- $\forall r.C$ ist äquivalent zu $\leqslant 0\, r.\neg C$

$\mathcal{ALCQ}$: $\mathcal{ALC}$ erweitert um Zahlenrestriktionen

Weitere Erweiterungen

Es gibt noch viel mehr Erweiterungen:

- spezielle Rolleninterpretationen (transitiv, symm., reflexiv etc.)
- Konzepte, die nur eine einzige Instanz haben können $\mathcal{O}$ (Nominale)
- Inklusionen zwischen Rollen oder Rollenketten $\mathcal{H}$, $\mathcal{R}$
- Numerische Werte $(\mathcal{D})$
- Fixpunktoperatoren
- temporale Operatoren

  $\vdots$

Viele davon sind in OWL realisiert.

Literatur für dieses Kapitel (Basis)

Franz Baader, Ian Horrocks, Carsten Lutz, Uli Sattler.

An Introduction to Description Logic.

Cambridge University Press, 2017.

Kapitel 2: A Basic Description Logic.

In SUUB verfügbar: `https://tinyurl.com/suub-intro-dl-ebook`
`https://tinyurl.com/suub-intro-dl`

Franz Baader, Diego Calvanese, Deborah L. McGuinness, Daniele Nardi und Peter F. Patel-Schneider (Hrsg.).

The Description Logic Handbook.

2. Auflage, Cambridge University Press, 2007.

Kapitel 2: Basic Description Logics.

In SUUB zur Ausleihe und elektronisch verfügbar.

Literaturempfehlungen für Theoretische Inf. (bei Bedarf)

Thomas Schneider.

Theoretische Informatik 1 + 2.

Vorlesungsskript, Uni Bremen, SoSe 2017.
Kapitel 16 (v. a. Def. 16.8), 18, 19 (nur Def. 19.1+2), 20.

Siehe Ordner „Materialien zur Vorlesung“ in Stud.IP

Uwe Schöning.

Theoretische Informatik – kurzgefasst.

Spektrum Akademischer Verlag, 2008.

In SUUB mehrfach vorhanden.

Literatur für dieses Kapitel (weiterführend)

Manfred Schmidt-Schauß und Gert Smolka.

Attributive concept descriptions with complements.

Artificial Intelligence, 48(1):1–26, 1991.

Links für dieses Kapitel

Stanford Center for Biomedical Informatics Research.

Protégé Ontology Editor.

http://protege.stanford.edu/

Matthew Horridge et al.

Protégé-OWL Tutorial.

http://owl.cs.manchester.ac.uk/publications/talks-and-tutorials/protg-owl-tutorial/

Evgeni Zolin.

Description Logic Complexity Navigator.

http://www.cs.man.ac.uk/~ezolin/dl/