T5.3

$\boxed{\text{„}\Longrightarrow\text{“}}$ Antworte ALC-Elim$(C_0, \mathcal{T})$ „erfüllbar“
und sei Γ_i die resultierende Typmenge.
Dann gibt es $t_0 \in \Gamma_i$ mit $C_0 \in t_0$.
Definiere Interpretation $\mathcal{I}$:

$$\Delta^{\mathcal{I}} = \Gamma_i$$
$$A^{\mathcal{I}} = \{t \in \Gamma_i \mid A \in t\}$$
$$r^{\mathcal{I}} = \{(t,t') \in \Gamma_i \times \Gamma_i \mid \forall r.C \in t \text{ impliziert } C \in t'\}$$

Bsp.: $C_0 = A$ $\quad \mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq \underbrace{\forall r.\exists r.A \sqcap (\neg A \sqcup \exists r.A)}_{C_{\mathcal{T}}}$

$\mathrm{sub}(C_0, \mathcal{T}) = \{A, C_{\mathcal{T}}, \forall r.\exists r.A, \neg A \sqcup \exists r.A, \exists r.A, \neg A\}$

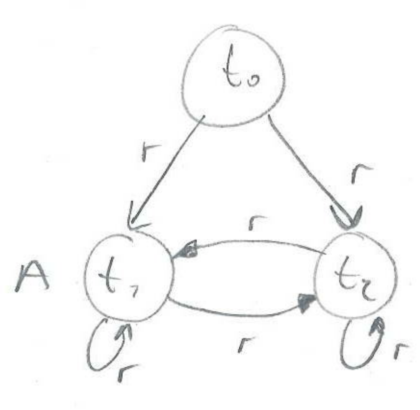
sei $M = \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.\exists r.A, \neg A \sqcup \exists r.A\}$ (muss in jedem Typen enthalten sein)

Typen: $t_0 = M \cup \{\neg A\}$ $\qquad t_1 = M \cup \{A, \exists r.A\}$
$\qquad t_2 = M \cup \{\neg A, \exists r.A\}$

($M \cup \{A\}$ geht nicht wg. $\neg A \sqcup \exists r.A \in M$)

Keiner davon ist schlecht (alle können auf t_1 zeigen)

Modell $\mathcal{I}$:



Zu zeigen: $\mathcal{I}$ ist Modell von C_0 und $\mathcal{T}$. (*)