Prof. Carsten Lutz/Dr. Jean Christoph Jung — Sommersemester 2015

Theoretische Informatik 2

Blatt 12 (Gewertete Aufgaben)

Abgabe am 06.07.2015
Besprechung: KW 28

---

1. (2×10%=20%) Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ heisst *k-färbbar*, falls es eine Abbildung $c : V \to \{1, 2, \ldots, k\}$ gibt, so dass für alle $\{u, v\} \in E$ gilt $c(u) \neq c(v)$. Für jedes $k \geq 1$ ist das Problem k-FÄRBBAR wie folgt definiert:

Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$.

Frage: Ist G k-färbbar?

a) Zeigen Sie, dass k-FÄRBBAR in NP ist für alle $k \geq 1$.

b) Zeigen Sie, dass 2-FÄRBBAR in P ist.

2. (2×15=30%) Zeigen Sie, dass die folgenden Probleme NP-vollständig sind.

POLY-TM:

Eingabe: Nicht-deterministische polynomialzeitbeschränkte TM $\mathcal{A}$ und ein Wort w.

Frage: Ist $w \in L(\mathcal{A})$?

TEILGRAPH-ISOMORPHIE:

Eingabe: Zwei ungerichtete Graphen $G = (V, E)$, $G' = (V', E')$.

Frage: Ist G' isomorph zu einem Teilgraphen von G, das heißt, gibt es eine Teilmenge $U \subseteq V$ und eine bijektive Abbildung $\pi : V' \to U$ sodass für alle $u, v \in V'$ gilt:

$$\{u, v\} \in E' \quad \text{gdw} \quad \{\pi(u), \pi(v)\} \in E.$$

3. (2×10%=20%) Beweisen Sie folgende Aussagen.

a) $L \in \mathsf{P}$ genau dann, wenn $L \leq_p \{ab\}^*$.

b) Falls $\mathsf{P} = \mathsf{NP}$, dann ist jedes Problem $L \in \mathsf{P}$ außer $\emptyset$ und Σ^* NP-vollständig.

4. (2×15%=30%) Welches der folgenden Probleme ist in P, welches NP-hart? Beweisen Sie Ihre Aussagen.

a) Gegeben ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ mit n Knoten, entscheide, ob es eine Clique der Größe 128 gibt.

b) Gegeben ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ mit n Knoten (n geradzahlig), entscheide, ob es eine Clique der Größe $n/2$ gibt.

Hinweis: Verwenden Sie für den Beweis der NP-Härte eine Reduktion von CLIQUE.