Prof. Carsten Lutz/Dr. Jean Christoph Jung Sommersemester 2015

Theoretische Informatik 2

Blatt 10 (Gewertete Aufgaben)

Abgabe: Bis 22.06.15 ins Postfach Ihrer Tutorin/Ihres Tutors
Besprechung: KW 26

---

1. (20%=4×5%) Begründen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

a) Ist $L \subseteq \Sigma^*$ nicht entscheidbar, so ist L oder $\overline{L} = \Sigma^* \setminus L$ nicht semi-entscheidbar.

b) Für Turing-erkennbare Sprachen L ist "$L = \emptyset$" eine nicht-triviale Eigenschaft.

c) Es gibt kontextfreie Sprachen L_1 und L_2 so dass $L_1 \cap L_2$ unentscheidbar ist.

d) Sei $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \Delta, F)$ eine DTM, die $L \subseteq \Sigma^*$ semi-entscheidet und sei $\mathcal{A}' = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \Delta, Q \setminus F)$. Dann semi-entscheidet $\mathcal{A}'$ das Komplement $\Sigma^* \setminus L$.

2. (20%) Zeigen Sie, dass weder das Äquivalenzproblem für DTM

$$\mathsf{\ddot{A}Q} = \{\langle \mathsf{code}(\mathcal{A}_1), \mathsf{code}(\mathcal{A}_2)\rangle \mid \mathcal{A}_1 \text{ und } \mathcal{A}_2 \text{ sind DTM mit } L(\mathcal{A}_1) = L(\mathcal{A}_2)\}$$

semi-entscheidbar ist noch das Komplement $\overline{\mathsf{\ddot{A}Q}}$ von $\mathsf{\ddot{A}Q}$.

Hinweis: Reduzieren Sie jeweils das Komplement des Halteproblems auf $\overline{\mathsf{\ddot{A}Q}}$ und $\mathsf{\ddot{A}Q}$.

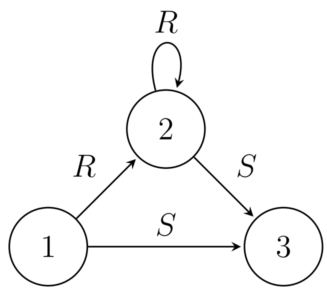
3. (30%=2×15%) Welche der beiden folgenden Sprachen ist semi-entscheidbar, welche nicht? Geben Sie jeweils einen Beweis an.

- $L_{\geq 10} = \{\mathsf{code}(\mathcal{A}) \mid \mathcal{A} \text{ ist DTM und } L(\mathcal{A}) \text{ enthält mindestens 10 Elemente}\}$
- $L_{\leq 10} = \{\mathsf{code}(\mathcal{A}) \mid \mathcal{A} \text{ ist DTM und } L(\mathcal{A}) \text{ enthält höchstens 10 Elemente}\}$

4. (30%=2×15%)

a) Sei $\mathcal{A}$ die unten abgebildete relationale Struktur wobei $R^{\mathcal{A}}$ bzw. $S^{\mathcal{A}}$ genau die mit R bzw. S beschrifteten Kanten sind. Verwenden Sie den Auswertungsalgorithmus für Prädikatenlogik, um zu bestimmen ob folgende Formeln in $\mathcal{A}$ erfüllt sind:

- $\forall x \exists y \, R(x, y)$
- $\exists x \forall y \, (\neg S(x, y) \vee \neg R(x, y))$



b) Welche der folgenden Formeln ist gültig, welche nicht? Begründen Sie Gültigkeit semantisch (ähnlich wie in der Vorlesung) und geben Sie bei Nicht-Gültigkeit ein Gegenbeispiel an.

- $\forall x \, (A(x) \vee B(x)) \rightarrow (\forall x \, A(x) \vee \forall x \, B(x))$
- $\exists x \, (A(x) \vee B(x)) \rightarrow (\exists x \, A(x) \vee \exists x \, B(x))$