AG Theorie der künstlichen Intelligenz
FB Mathematik und Informatik, Universität Bremen
Prof. Dr. Carsten Lutz

Cartesium 2.59
clu@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-64431

6. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik“

Aufgabe 1: 20%

Sei $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq \forall r.B \sqcup \forall r.\exists r.B\}$ und $\mathcal{A} = \{r(a,b), A(b), r(b,c), r(a,c)\}$. Finde alle Antworten auf die folgenden konjunktiven Anfragen q bzgl. $\mathcal{K} = (\mathcal{T}, \mathcal{A})$:

(a) $q(x) = \exists y_1 \exists y_2\, r(x, y_1) \wedge r(y_1, y_2) \wedge B(y_2)$

(b) $q(x_1, x_2) = \exists y\, r(x_1, x_2) \wedge r(x_2, y) \wedge B(y)$

Aufgabe 2: 20%

Betrachte die folgende DL-Lite TBox $\mathcal{T}$, ABox $\mathcal{A}$ und Boolsche konjunktive Anfrage q. Konstruiere zunächst das universelle Modell $\mathcal{U}$ für $\mathcal{A}$ und $\mathcal{T}$. Verwende dann Lemma 6.26 aus der Vorlesung, um zu prüfen, ob $\mathcal{T}, \mathcal{A} \models q$.

$$\begin{aligned}
\mathcal{T} &= \{A \sqsubseteq \exists r,\ A \sqsubseteq \exists t^-,\ \exists r^- \sqsubseteq A,\ B \sqsubseteq \exists t,\ \exists t^- \sqsubseteq A,\ t \sqsubseteq s\} \\
\mathcal{A} &= \{A(a), r(a,b), B(c), s(b,b)\} \\
q() &= \exists x \exists y \exists z_1 \exists z_2\, A(x) \wedge r(x,y) \wedge s(y,z_1) \wedge s(y,z_2) \wedge A(z_1) \wedge B(z_2)
\end{aligned}$$

Aufgabe 3: 20%

Konstruiere für die folgenden DL-Lite TBoxen und konjunktiven Anfragen q (per Hand) ein möglichst kleines SQL-Rewriting. Notiere das Rewriting wie in der Vorlesung als Formel der Prädikatenlogik, die nur Konjunktion, Disjunktion und existentielle Quantoren verwendet.

(a) $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq B,\ C \sqsubseteq A,\ \exists t \sqsubseteq C\}$, $q(x) = \exists y\, A(x) \wedge r(x,y)$

(b) $\mathcal{T} = \{B \sqsubseteq A, B \sqsubseteq \exists s, \exists s^- \sqsubseteq A\}$, $q() = \exists x \exists y_1 \exists y_2 \exists z\, A(x) \wedge r(x,y_1) \wedge r(x,y_2) \wedge r(y_1,z) \wedge r(y_2,z)$

Aufgabe 4: 20%

Manche konjunktiven Anfragen, von denen man dies zunächst nicht erwarten würde, lassen sich mit Hilfe eines Tricks als Instanzanfrage ausdrücken. Reserviere dazu einen Konzeptnamen X, der in ABoxen nicht verwendet werden darf, wohl aber in Instanzanfragen.

(a) Betrachte die Instanzanfrage $C = (X \sqcap \exists r.X) \sqcup (\neg X \sqcap \exists r.\neg X)$ und die konjunktive Anfrage $q(x) = r(x,x)$. Zeige, dass für alle ABoxen $\mathcal{A}$ die Antworten auf C mit den Antworten auf $q(x)$ übereinstimmen.

(b) Betrachte die konjunktive Anfrage $q'(x) = \exists y\, r(x,y) \wedge r(y,x)$. Finde eine Instanzanfrage C' so dass für alle ABoxen $\mathcal{A}$ die Antworten auf C' mit den Antworten auf $q'(x)$ übereinstimmen.

Die TBox wird hier jeweils als leer angenommen.

Aufgabe 5: 20%

Wende die beiden Algorithmen aus Kapitel 7 der Vorlesung für Subsumtion in $\mathcal{EL}$ (ohne und mit TBoxen) an, um folgende Fragen zu entscheiden:

(a) Wird $C = \exists r.(A \sqcap B \sqcap \exists s.A \sqcap \exists s.B)$ subsumiert von $D = \exists r.(A \sqcap \exists s.B) \sqcap \exists r.(B \sqcap \exists s.A)$?

(b) Wird A_1 subsumiert von A_2 bzgl. $\mathcal{T}$, wobei

$$\mathcal{T} = \{A_1 \sqsubseteq \exists r.A_3,\ A_2 \sqsubseteq A_3,\ \top \sqsubseteq \exists s.A_2,\ \exists s.A_3 \sqsubseteq A_1,\ \exists r.A_1 \sqsubseteq A_2\}.$$

Aufgabe 6: 20% (Zusatzaufgabe)

Sei DL-Lite$_\sqcup$ die Erweiterung von DL-Lite um Konzeptinklusionen der Form $A \sqsubseteq B_1 \sqcup B_2$, wobei A, B_1, B_2 Konzeptnamen sind. Zeige, dass es eine DL-Lite$_\sqcup$ TBox $\mathcal{T}$ und eine Boolsche konjunktive Anfrage $q()$ gibt, so dass für alle Reach-ABoxen $\mathcal{A}$ mit $S(a), T(b) \in \mathcal{A}$ gilt: b ist erreichbar von a gdw. $\mathcal{T}, \mathcal{A} \models q$.

Bitte EMail-Adressen auf Lösungszetteln angeben, damit wir Euch über die erreichte Punktzahl informieren können!!