AG Theorie der künstlichen Intelligenz
FB Mathematik und Informatik, Universität Bremen
Prof. Dr. Carsten Lutz

Cartesium 2.59
clu@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-64431

5. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik“

Aufgabe 1: 25%

Verwende Typelimination, um die folgenden Erfüllbarkeitsprobleme zu entscheiden:

(a) $C_0 = A$ bzgl. der TBox $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq \exists r.A, \top \sqsubseteq A, \forall r.A \sqsubseteq \exists r.A\}$

(b) $C_0 = \forall r.\forall r.\neg B$ bzgl. der TBox $\mathcal{T} = \{\neg A \sqsubseteq B, A \sqsubseteq \neg B, \top \sqsubseteq \neg\forall r.A\}$

Gib jeweils die konstruierte Folge $\Gamma_0, \Gamma_1, \ldots$ an. Im Fall von Erfüllbarkeit gib das Modell aus dem Beweis von Proposition 5.5 an. Beim Wandeln der TBox in Normalform können Inklusionen der Form $\top \sqsubseteq C$ direkt in C gewandelt werden (anstatt in $\neg\top \sqcup C$).

Aufgabe 2: 25%

Betrachte die folgenden ExpTime-Spiele und bestimme, ob Spieler 2 eine Gewinnstrategie hat. Wenn dies der Fall ist, gib die Strategie an. Wenn nicht, beschreibe, wie Spieler 1 spielen muss, um zu gewinnen. In allen Spielen weist die Anfangsbelegung π_0 allen Variablen "falsch" zu.

(a) $\varphi = (p_1 \wedge p_2 \wedge \neg q_1) \vee (p_3 \wedge p_4 \wedge \neg q_2) \vee (\neg(p_1 \vee p_4) \wedge q_1 \wedge q_2)$, $\Gamma_1 = \{p_1, \ldots, p_4\}$, $\Gamma_2 = \{q_1, q_2\}$;

(b) $\varphi = ((p_1 \leftrightarrow \neg q_1) \wedge (p_2 \leftrightarrow \neg q_2) \wedge (p_1 \leftrightarrow p_2)) \vee ((p_1 \leftrightarrow q_1) \wedge (p_2 \leftrightarrow q_2) \wedge (p_1 \leftrightarrow \neg p_2))$, $\Gamma_1 = \{p_1, p_2\}$, $\Gamma_2 = \{q_1, q_2\}$.

Aufgabe 3: 25%

Betrachte den $\mathcal{ALC}$-Worlds Algorithmus auf der Eingabe

$$C_0 = \exists r.A \sqcap \exists r.B \sqcap \forall r.\exists r.A \sqcap \forall r.\forall r.\neg B$$

Gib den Rekursionsbaum

(a) eines erfolgreichen Laufes und

(b) eines nicht erfolgreichen Laufes

an. Liefert der Algorithmus auf dieser Eingabe ein positives oder negatives Ergebnis?

Aufgabe 4: 25%

Bestimme, in welchen Fällen $(\mathcal{T}, \mathcal{A}) \models C(a)$ gilt. Begründe Deine Antwort. Wenn diese negativ ist, gib eine Interpretation an, die $(\mathcal{T}, \mathcal{A}) \not\models C(a)$ beweist.

(a) $\mathcal{T} = \{\exists r.\exists r.A \sqsubseteq \exists s.A\}$, $\mathcal{A} = \{A(a), r(a,a)\}$, $C = \exists r.A \sqcap \exists s.A$;

(b) $\mathcal{T} = \emptyset$, $\mathcal{A} = \{r(a,b), r(a,c), A(b), A(c)\}$, $C = \forall r.A$;

(c) $\mathcal{T} = \{A \sqsupseteq \exists r.B, B \sqsupseteq \exists r.\neg B\}$, $\mathcal{A} = \{r(a,b), r(b,c), r(a,c)\}$, $C = A$;

(d) $\mathcal{T} = \emptyset$, $\mathcal{A} = \{r(a,b), B(b), \exists r.A(a)\}$, $C = A \sqcap B$.

Aufgabe 5: 25% (Zusatzaufgabe)

Erweitere den Typeliminationsalgorithmus aus der Vorlesung auf die Beschreibungslogik $\mathcal{ALCI}$, also auf $\mathcal{ALC}$ mit inversen Rollen. Der neue Algorithmus soll korrekt und vollständig sein und auf jeder Eingabe terminieren (Beweise sind aber nicht gefordert). Wende den erweiterten Algorithmus auf folgende Eingaben an und überprüfe, ob das richtige Ergebnis geliefert wird:

(a) $C_0 = \top$, $\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq \exists r.A \sqcap \forall r^-.\neg A\}$

(b) $C_0 = \top$, $\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq \exists r^-.A \sqcap \forall r.\neg A\}$