AG Theorie der künstlichen Intelligenz
FB Mathematik und Informatik, Universität Bremen
Prof. Dr. Carsten Lutz

Cartesium 2.59
clu@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-64431

3. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik“

Aufgabe 1: 25%

Konstruiere das Unravelling der umseitig dargestellten Interpretation $\mathcal{I}$ an der Stelle e. Führe dazu zunächst Namen für die unbenannten Elemente ein. Halte Dich bei der Konstruktion exakt an Definition 3.5 aus der Vorlesung. Eine graphische Darstellung des Unravellings ist ausreichend.

Aufgabe 2: 25%

Sei $C = A$ und $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq \forall r.B, A \sqcap B \sqsubseteq \forall r.B, \neg B \sqsubseteq \exists r.A\}$. Konstruiere die Filtration des umseitig dargestellten Modells $\mathcal{J}$ bzgl. C und $\mathcal{T}$. Halte Dich bei der Konstruktion exakt an Definition 3.12 aus der Vorlesung. Eine graphische Darstellung der Filtration ist ausreichend.

Aufgabe 3: 25%

Für zwei Interpretation $\mathcal{I}_1$ und $\mathcal{I}_2$ mit $\Delta^{\mathcal{I}_1} \cap \Delta^{\mathcal{I}_2} = \emptyset$ ist die *disjunkte Vereinigung* $\mathcal{I}_1 \uplus \mathcal{I}_2$ die wie folgt definierte Interpretation:

$$\begin{array}{rcll} \Delta^{\mathcal{I}_1 \uplus \mathcal{I}_2} & = & \Delta^{\mathcal{I}_1} \cup \Delta^{\mathcal{I}_2} & \\ A^{\mathcal{I}_1 \uplus \mathcal{I}_2} & = & A^{\mathcal{I}_1} \cup A^{\mathcal{I}_2} & \text{für alle Konzeptnamen } A \\ r^{\mathcal{I}_1 \uplus \mathcal{I}_2} & = & r^{\mathcal{I}_1} \cup r^{\mathcal{I}_2} & \text{für alle Rollennamen } r \end{array}$$

Beweise:

(a) für alle Interpretationen $\mathcal{I}_1$, $\mathcal{I}2$, Elemente $d \in \Delta^{\mathcal{I}_1}$ und -Konzepte C gilt: $d \in C^{\mathcal{I}_1}$ gdw. $d \in C^{\mathcal{I}_1 \uplus \mathcal{I}_2}$;

(b) wenn $\mathcal{I}_1$ und $\mathcal{I}_2$ Modell einer TBox $\mathcal{T}$ sind, dann ist auch $\mathcal{I}_1 \uplus \mathcal{I}_2$ Modell von $\mathcal{T}$;

(c) jede TBox hat entweder kein Modell oder Modelle mit unterschiedlich vielen Elementen.

Aufgabe 4: 25%

Verwende den Tableau Algorithmus für $\mathcal{ALC}$ aus der Vorlesung, um die Erfüllbarkeit der folgenden Konzepte zu entscheiden:

(a) $C_0 = \exists r.A \sqcap \exists r.B \sqcap \forall r.\exists r.A \sqcap \forall r.\forall r.\neg B$;

(b) $C_0 = \neg(\forall r.\neg A \sqcup \exists r.B) \sqcap \forall r.\neg(A \sqcap \neg B)$.

Gib an, welche Regeln in welcher Reihenfolge worauf angewendet werden.

Aufgabe 5: 20% (Zusatzaufgabe)

Wenn ein Konzept D syntaktisch ein Teil eines Konzeptes C ist, so heisst D *Teilkonzept von* C. Zum Beispiel ist $\exists r.A$ ein Teilkonzept von $\forall s.(B \sqcup \exists r.A)$. Jedes Konzept ist auch Teilkonzept von sich selbst.

Gib eine formale Definition die Menge $\mathsf{sub}(C)$ der Teilkonzepte eines Konzeptes C an. Verwende dabei Induktion über die Struktur von C. Beweise dann per Induktion über die Struktur von C, dass $|\mathsf{sub}(C)| \leq |C|$ gilt, für alle $\mathcal{ALC}$-Konzepte C.