AG Theorie der künstlichen Intelligenz
FB Mathematik und Informatik, Universität Bremen
Prof. Dr. Carsten Lutz

Cartesium 2.59
clu@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-64431

6. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik“

Aufgabe 1: 25%

Bestimme, in welchen Fällen $(\mathcal{T}, \mathcal{A}) \models C(a)$ gilt. Begründe Deine Antwort. Wenn diese negativ ist, gib eine Interpretation an, die $(\mathcal{T}, \mathcal{A}) \not\models C(a)$ beweist.

(a) $\mathcal{T} = \{\exists r.\exists r.A \sqsubseteq \exists s.A\}$, $\mathcal{A} = \{r(a,a)\}$, $C = \exists r.A \sqcap \exists s.A$;

(b) $\mathcal{T} = \emptyset$, $\mathcal{A} = \{r(a,b), r(a,c), A(b), A(c)\}$, $C = \forall r.A$;

(c) $\mathcal{T} = \emptyset$, $\mathcal{A} = \{A(a), r(a,b), \neg B(b), \exists r.B(a)\}$, $C = \bot$;

(d) $\mathcal{T} = \{A \sqsupseteq \exists r.B, B \sqsupseteq \exists r.\neg B\}$, $\mathcal{A} = \{r(a,b), r(b,c), r(a,c)\}$, $C = A$.

Tipp: Open World Semantik von ABoxen nochmal genau anschauen!

Aufgabe 2: 25%

Entscheide Konsistenz der folgenden Wissensbasen $\mathcal{K} = (\mathcal{T}, \mathcal{A})$ mittels Vervollständigung.

(a) $\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq (\exists r.A) \sqcup (\forall r.B)$, $\mathcal{A} = \{\neg B(a), \forall r.\neg A(a), r(a,b), r(b,a), \forall r.\exists r.B(b)\}$;

(b) $\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq A \sqcup \forall r.A\}$, $\mathcal{A} = \{\forall r.\neg A(a), r(a,b), r(a,c), r(b,c)\}$.

Wenn $\mathcal{K}$ konsistent ist, gib eine ABox $\mathcal{A}'$ an, so dass $(\mathcal{T}, \mathcal{A}')$ eine Vervollständigung von $\mathcal{K}$ ist und C_a erfüllbar bzgl. $\mathcal{T}$ für alle $a \in \mathsf{Ind}(\mathcal{A})$. Gib diese Konzepte C_a ebenfalls an sowie jeweils ein Modell $\mathcal{I}_a$ für C_a und $\mathcal{T}$ und das Modell $\mathcal{I}$ von $\mathcal{K}$, das man aus den Einzelmodellen $\mathcal{I}_a$ wie im Beweis von Lemma 6.8 enthält. Wenn $\mathcal{K}$ inkonsistent ist, beschreibe warum die Erfüllbarkeitstests der Konzepte C_a für jede Vervollständigung fehlschlagen. Es ist nicht notwendig, *alle* Vervollständigungen explizit anzugeben.

Aufgabe 3: 25%

Sei $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq \forall r.B \sqcup \forall r.\exists r.B\}$ und $\mathcal{A} = \{r(a,b), A(b), r(b,c), r(a,c)\}$. Finde alle Antworten auf die folgenden konjunktiven Anfragen q bzgl. $\mathcal{K} = (\mathcal{T}, \mathcal{A})$:

(a) $q(x) = \exists y_1 \exists y_2\, r(x, y_1) \wedge r(y_1, y_2) \wedge B(y_2)$

(b) $q(x_1, x_2) = \exists y\, r(x_1, x_2) \wedge r(x_2, y) \wedge B(y)$

Aufgabe 4: 25%

Wende die beiden Algorithmen aus Kapitel 7 der Vorlesung für Subsumtion in $\mathcal{EL}$ (ohne und mit TBoxen) an, um folgende Fragen zu entscheiden:

(a) Wird $C = \exists r.(A \sqcap B \sqcap \exists s.A \sqcap \exists s.B)$ subsumiert von $D = \exists r.(A \sqcap \exists s.B) \sqcap \exists r.(B \sqcap \exists s.A)$?

(b) Wird A_1 subsumiert von A_2 bzgl. $\mathcal{T}$, wobei

$$\mathcal{T} = \{A_1 \sqsubseteq \exists r.A_3,\ A_2 \sqsubseteq A_3,\ \top \sqsubseteq \exists s.A_2,\ \exists s.A_3 \sqsubseteq A_1,\ \exists r.A_1 \sqsubseteq A_2\}.$$

Aufgabe 5: 25% (Zusatzaufgabe)

Manche konjunktiven Anfragen, von denen man dies zunächst nicht erwarten würde, lassen sich mit Hilfe eines Tricks als Instanzanfrage ausdrücken. Reserviere dazu einen Konzeptnamen X, der in ABoxen nicht verwendet werden darf, wohl aber in Instanzanfragen.

(a) Betrachte die Instanzanfrage $C = (X \sqcap \exists r.X) \sqcup (\neg X \sqcap \exists r.\neg X)$ und die konjunktive Anfrage $q(x) = r(x,x)$. Zeige, dass für alle ABoxen $\mathcal{A}$ die Antworten auf C mit den Antworten auf $q(x)$ übereinstimmen.

(b) Betrachte die konjunktive Anfrage $q'(x) = \exists y\, r(x,y) \wedge r(y,x)$. Finde eine Instanzanfrage C' so dass für alle ABoxen $\mathcal{A}$ die Antworten auf C' mit den Antworten auf $q'(x)$ übereinstimmen.

Die TBox wird hier jeweils als leer angenommen.

Bitte EMail-Adressen auf Lösungszetteln angeben, damit wir Euch über die erreichte Punktzahl informieren können!!