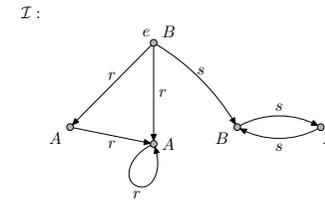


### 3. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik“

#### Aufgabe 1: 25%

Konstruiere das Unravelling der umseitig dargestellten Interpretation  $\mathcal{I}$  an der Stelle  $e$ . Führe dazu zunächst Namen für die unbenannten Elemente ein. Halte Dich bei der Konstruktion exakt an Definition 3.5 aus der Vorlesung. Eine graphische Darstellung des Unravellings ist ausreichend.



#### Aufgabe 2: 25%

Sei  $C = A$  und  $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq \forall r.B, A \sqcap B \sqsubseteq \forall r.B, \neg B \sqsubseteq \exists r.A\}$ . Konstruiere die Filtration des umseitig dargestellten Modells  $\mathcal{J}$  bzgl.  $C$  und  $\mathcal{T}$ . Halte Dich bei der Konstruktion exakt an Definition 3.12 aus der Vorlesung. Eine graphische Darstellung der Filtration ist ausreichend.

#### Aufgabe 3: 25%

Für zwei Interpretation  $\mathcal{I}_1$  und  $\mathcal{I}_2$  mit  $\Delta^{\mathcal{I}_1} \cap \Delta^{\mathcal{I}_2} = \emptyset$  ist die *disjunkte Vereinigung*  $\mathcal{I}_1 \uplus \mathcal{I}_2$  die wie folgt definierte Interpretation:

$$\begin{aligned} \Delta^{\mathcal{I}_1 \uplus \mathcal{I}_2} &= \Delta^{\mathcal{I}_1} \cup \Delta^{\mathcal{I}_2} \\ A^{\mathcal{I}_1 \uplus \mathcal{I}_2} &= A^{\mathcal{I}_1} \cup A^{\mathcal{I}_2} \quad \text{für alle Konzeptnamen } A \\ r^{\mathcal{I}_1 \uplus \mathcal{I}_2} &= r^{\mathcal{I}_1} \cup r^{\mathcal{I}_2} \quad \text{für alle Rollennamen } r \end{aligned}$$

Beweise:

- wenn  $\mathcal{I}_1$  und  $\mathcal{I}_2$  Modell einer TBox  $\mathcal{T}$  sind, dann ist auch  $\mathcal{I}_1 \uplus \mathcal{I}_2$  Modell von  $\mathcal{T}$ ;
- jede TBox hat entweder kein Modell oder mehrere Modelle verschiedener Größe;
- jede TBox hat entweder kein Modell oder ein unendlich großes Modell.

#### Aufgabe 4: 25%

Verwende den Tableau Algorithmus für  $\mathcal{ALC}$  aus der Vorlesung, um die Erfüllbarkeit der folgenden Konzepte zu entscheiden:

- $C_0 = \exists r.A \sqcap \exists r.B \sqcap \forall r.\exists r.A \sqcap \forall r.\forall r.\neg B$ ;
- $C_0 = \neg(\forall r.\neg A \sqcup \exists r.B) \sqcap \forall r.\neg(A \sqcap \neg B)$ .

Gib an, welche Regeln in welcher Reihenfolge worauf angewendet werden.

#### Aufgabe 5: 20% (Zusatzaufgabe)

Wenn ein Konzept  $D$  syntaktisch ein Teil eines Konzeptes  $C$  ist, so heisst  $D$  *Teilkonzept von*  $C$ . Zum Beispiel ist  $\exists r.A$  ein Teilkonzept von  $\forall s.(B \sqcup \exists r.A)$ . Jedes Konzept ist auch Teilkonzept von sich selbst.

Gib eine formale Definition die Menge  $\text{sub}(C)$  der Teilkonzepte eines Konzeptes  $C$  an. Verwende dabei Induktion über die Struktur von  $C$ . Beweise dann per Induktion über die Struktur von  $C$ , dass  $|\text{sub}(C)| \leq |C|$  gilt, für alle  $\mathcal{ALC}$ -Konzepte  $C$ .

