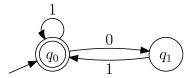
## Automatentheorie und ihre Anwendungen Übungsblatt 4

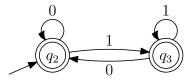
Abgabe am 23.6. zu Beginn der Übung

- 1. (20%) Gib Büchi-Automaten über dem Alphabet  $\Sigma = \{0, 1\}$  an, die die folgenden Sprachen akzeptieren.
  - a)  $\{w \mid 0 \text{ kommt in } w \text{ genau zwei Mal vor}\}$
  - b)  $\{w \mid w \text{ enthält nicht das Teilwort } 000\}$
  - c)  $\{w \mid w = 1^{\omega} \text{ oder } w \text{ enthalt unendlich oft } 0\}$
  - d)  $\{w \mid w \text{ enthält endlich viele Teilwörter 11}\}$
  - e)  $\{w \mid w \text{ enthält endlich viele Teilwörter 11, aber unendlich oft 1}\}$

Hinweis: bei c) genügen 4 Zustände, sonst jeweils 3. Minimalität ist zwar nicht gefordert, kann aber bei Aufgabe 3 helfen.

2. (20%) Konstruiere den Produktautomaten der folgenden beiden NBAs gemäß der Konstruktion im Beweis von Lemma 6.





- 3. (20%) Gib für jede der Sprachen aus Aufgabe 1 einen  $\omega$ -regulären Ausdruck an. Du kannst entweder die Konstruktion aus dem Beweis von Satz 9 verwenden oder intuitiv vorgehen.
- **4.** (20%) Welche der Sprachen in Aufgabe 1 werden von einem *deterministischen* Büchi-Automaten (Folie 38) erkannt, welche nicht? Begründe jeweils.
- 5. (20%) Seien  $\Sigma = \Sigma_1 \times \Sigma_2$  ein Alphabet und L eine Büchi-erkennbare Sprache über  $\Sigma$ . Zeige, dass die folgenden Sprachen Büchi-erkennbar sind.

$$\begin{aligned} & \mathsf{Proj}_1(L) = \{ a_0 a_1 a_2 \ldots \in \Sigma_1^\omega \mid \exists b_0 b_1 b_2 \ldots \in \Sigma_2^\omega : (a_0, b_0)(a_1, b_1)(a_2, b_2) \ldots \in L \} \\ & \mathsf{Proj}_2(L) = \{ b_0 b_1 b_2 \ldots \in \Sigma_2^\omega \mid \exists a_0 a_1 a_2 \ldots \in \Sigma_1^\omega : (a_0, b_0)(a_1, b_1)(a_2, b_2) \ldots \in L \} \end{aligned}$$

Bitte wenden.

- **6.** (Zusatzaufgabe, bis zu 10%) Für NEHAs kann man eine Top-down-Variante (NETDHA) auf analoge Weise definieren, wie man von NEBAs zu NETDBAs übergeht:
  - Ein NETDHA ist ein Quadrupel  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Delta, I)$  mit  $I \subseteq Q$  (Anfangszustände), bei dem  $\Delta$  aus Regeln der Form  $(a, q) \to R$  besteht, wobei R eine reguläre Sprache über Q ist.
  - Ein  $Run\ r: P \to Q$  von  $\mathcal{A}$  auf einem Baum T=(P,t) muss die folgende Bedingung erfüllen:
    - Wenn t(p) = a, r(p) = q und m = Anzahl von p's Kindern, dann gibt es  $(a, q) \to R$  in  $\Delta$  mit  $r(p1) \cdots r(pm) \in R$ .
  - Ein NETDHA wird deterministisch genannt, wenn |I|=1 gilt und für jede Regel  $(a,q)\to R$  in  $\Delta$  und jede Zahl  $n\in\mathbb{N}$  höchstens ein Wort der Länge n in R vorkommt.

Gib eine NEHA-erkennbare Baumsprache an, die nicht von einem deterministischen NETDHA erkannt wird, und begründe Deine Antwort.