Dr. Thomas Schneider SS 2014

Automatentheorie und ihre Anwendungen

Übungsblatt 4

Abgabe am 23. 6. zu Beginn der Übung

---

1. (20 %) Gib Büchi-Automaten über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ an, die die folgenden Sprachen akzeptieren.

   a) $\{w \mid 0$ kommt in w genau zwei Mal vor$\}$

   b) $\{w \mid w$ enthält nicht das Teilwort $000\}$

   c) $\{w \mid w = 1^\omega$ oder w enthält unendlich oft $0\}$

   d) $\{w \mid w$ enthält endlich viele Teilwörter $11\}$

   e) $\{w \mid w$ enthält endlich viele Teilwörter 11, aber unendlich oft $1\}$

   Hinweis: bei c) genügen 4 Zustände, sonst jeweils 3. Minimalität ist zwar nicht gefordert, kann aber bei Aufgabe 3 helfen.

2. (20 %) Konstruiere den Produktautomaten der folgenden beiden NBAs gemäß der Konstruktion im Beweis von Lemma 6.

3. (20 %) Gib für jede der Sprachen aus Aufgabe 1 einen ω-regulären Ausdruck an. Du kannst entweder die Konstruktion aus dem Beweis von Satz 9 verwenden oder intuitiv vorgehen.

4. (20 %) Welche der Sprachen in Aufgabe 1 werden von einem *deterministischen* Büchi-Automaten (Folie 38) erkannt, welche nicht? Begründe jeweils.

5. (20 %) Seien $\Sigma = \Sigma_1 \times \Sigma_2$ ein Alphabet und L eine Büchi-erkennbare Sprache über Σ. Zeige, dass die folgenden Sprachen Büchi-erkennbar sind.

$$\mathsf{Proj}_1(L) = \{a_0a_1a_2 \ldots \in \Sigma_1^\omega \mid \exists b_0b_1b_2 \ldots \in \Sigma_2^\omega : (a_0, b_0)(a_1, b_1)(a_2, b_2) \ldots \in L\}$$
$$\mathsf{Proj}_2(L) = \{b_0b_1b_2 \ldots \in \Sigma_2^\omega \mid \exists a_0a_1a_2 \ldots \in \Sigma_1^\omega : (a_0, b_0)(a_1, b_1)(a_2, b_2) \ldots \in L\}$$

Bitte wenden.

6. (Zusatzaufgabe, bis zu 10 %) Für NEHAs kann man eine Top-down-Variante (NETDHA) auf analoge Weise definieren, wie man von NEBAs zu NETDBAs übergeht:

- Ein *NETDHA* ist ein Quadrupel $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Delta, I)$ mit $I \subseteq Q$ (Anfangszustände), bei dem Δ aus Regeln der Form $(a, q) \to R$ besteht, wobei R eine reguläre Sprache über Q ist.
- Ein *Run* $r : P \to Q$ von $\mathcal{A}$ auf einem Baum $T = (P, t)$ muss die folgende Bedingung erfüllen:

  Wenn $t(p) = a$, $r(p) = q$ und $m =$ Anzahl von p's Kindern,
  dann gibt es $(a, q) \to R$ in Δ mit $r(p1) \cdots r(pm) \in R$.
- Ein NETDHA wird *deterministisch* genannt, wenn $|I| = 1$ gilt und für jede Regel $(a, q) \to R$ in Δ und jede Zahl $n \in \mathbb{N}$ höchstens ein Wort der Länge n in R vorkommt.

Gib eine NEHA-erkennbare Baumsprache an, die nicht von einem deterministischen NETDHA erkannt wird, und begründe Deine Antwort.