Dr. Thomas Schneider SS 2014

Automatentheorie und ihre Anwendungen

Übungsblatt 3

Abgabe am 2. 6. zu Beginn der Übung

1. (20 %) Zum Beweis von Satz 8 auf Folie 36: Begründe, dass der konstruierte NEBA die Sprache L erkennt.

   Sei also ℓ ein Σ-Baum, in dem jede Variable in höchstens einem Blatt vorkommt, und der aus mehr als nur einem einzelnen Knoten besteht. Dann konstruieren wir $\mathcal{A}_\ell = \{Q, \Sigma, \Delta, F\}$ mit:

   $$Q = \{q_K \mid K \text{ ist ein Teilbaum von } \ell\} \uplus \{q_0\} \qquad F = \{q_\ell\}$$
   $$\begin{aligned}\Delta = \{&a(q_0, \ldots, q_0) \to q_0 \mid a \in \Sigma_m,\ m \geqslant 0\} \\ &\cup \{a(q_{T_1}, \ldots, q_{T_m}) \to q_{a(T_1,\ldots,T_m)} \mid a(T_1, \ldots, T_m) \text{ ist Teilbaum von } \ell\}^1 \\ &\cup \{a(\underbrace{q_0, \ldots, q_0}_{i}, q_\ell, q_0, \ldots, q_0) \to q_\ell \mid a \in \Sigma_m,\ m \geqslant 1,\ i = 0, \ldots, m\}\end{aligned}$$

   Zeige, dass $L(\mathcal{A}_\ell) = \{T \mid T \text{ schließt } \ell \text{ ein}\}$ gilt.

2. ($2 \cdot 10\,\% = 20\,\%$) Zeige, dass folgende Baumsprachen über dem r-Alphabet $\Sigma = \{a/2,\ c/0,\ d/0\}$ nicht erkennbar sind. Verwende das Pumping-Lemma für a) und den Satz von Myhill-Nerode für b).

   a) $\{T \mid \text{in } T \text{ kommen gleich viele } c\text{'s und } d\text{'s vor}\}$

   b) $\{T = (P, t) \mid t(\varepsilon) = a \text{ und } T_1 = T_2\}$ (T_p = Teilbaum von T an Position p)

3. ($2 \cdot 10\,\% = 20\,\%$) Sei $\Sigma = \{a/2, b/1, c/0, d/0\}$. Gib nichtdeterministische endliche *Top-down*-Baumautomaten an, die folgende Baumsprachen erkennen.

   a) die Menge aller Bäume, die nicht sowohl c als auch d enthalten

   b) die Menge aller Bäume, die nicht b enthalten und in denen jeder Pfad gerade Länge hat

4. (20 %) Gib einen Algorithmus an, der das Leerheitsproblem für NEHAs entscheidet, bei denen jede reguläre Sprache R, die in einer Überführungsregel $a(R) \to q$ auftritt, durch einen DEA gegeben ist.

5. (20 %) Gegeben ist die nebenstehende DTD über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ in Form einer kontextfreien Grammatik mit regulären Ausdrücken auf den rechten Regelseiten. Das Startsymbol ist a. Ist die zugehörige Baumsprache leer? Begründe Deine Antwort.

   $$\begin{aligned} a &\to bb^* \\ b &\to (c^* + d^*) \\ c &\to d^* \\ d &\to c^* \end{aligned}$$

Bitte wenden.

[1] Hier muss man q_0 für q_{T_i} einsetzen, falls T_i ein Blatt mit einer Variablen ist.

6. (Zusatzaufgabe, bis zu 15 %) Hier geht es um Abschlusseigenschaften der Klasse $\mathcal{L}$ der von *deterministischen Top-down*-Baumautomaten erkannten Sprachen.

a) Zeige, dass $\mathcal{L}$ unter Durchschnitt abgeschlossen ist.

b) Zeige, dass $\mathcal{L}$ *nicht* unter Vereinigung abgeschlossen ist.

   Hinweis. Betrachte Sprachen von Bäumen, in denen *nicht alle* Blätter mit demselben Symbol markiert sind.

c) Ist $\mathcal{L}$ unter Komplement abgeschlossen? Gib eine möglichst kurze vollständige Begründung.