Theoretische Informatik 2

Ungewertete Aufgaben, Blatt 5

Besprechung: KW 24

1. Welche der folgenden Sprachen ist entscheidbar, welche nicht? Geben Sie jeweils einen Beweis an.

- Die Sprache L_1 bestehend aus allen $\mathsf{code}(\mathcal{A})$, so dass $\mathcal{A}$ eine DTM mit Eingabealphabet Σ ist und es gibt ein $w \in \Sigma^*$, so dass in der Berechnung von $\mathcal{A}$ auf Eingabe w die DTM $\mathcal{A}$ irgendwann einmal ein Nicht-Blank durch ein Blank ersetzt.
- Die Sprache L_2 bestehend aus allen $\langle \mathsf{code}(\mathcal{A}), w \rangle$, so dass $\mathcal{A}$ eine DTM mit Eingabealphabet Σ ist, so dass in der Berechnung von $\mathcal{A}$ auf Eingabe $w \in \Sigma^*$ die DTM $\mathcal{A}$ irgendwann einmal ein Nicht-Blank schreibt.

2. Welche der beiden folgenden Sprachen ist rekursiv aufzählbar, welche nicht? Geben Sie jeweils einen Beweis an.

- $L_{\geq 399} = \{\mathsf{code}(\mathcal{A}) \mid \mathcal{A} \text{ ist DTM und } L(\mathcal{A}) \text{ enthält mindestens 399 Elemente}\}$
- $L_{\leq 399} = \{\mathsf{code}(\mathcal{A}) \mid \mathcal{A} \text{ ist DTM und } L(\mathcal{A}) \text{ enthält höchstens 399 Elemente}\}$

3. Zeigen Sie durch Reduktion von der in der Vorlesung als unentscheidbar nachgewiesenen Sprache

$$\{\langle \mathsf{code}(G_1), \mathsf{code}(G_2) \rangle \mid G_1, G_2 \text{ sind kontextfreie Grammatiken}, L(G_1) \cap L(G_2) \neq \emptyset\},$$

dass

$$\{\mathsf{code}(G) \mid G \text{ ist kontextfreie Grammatik}, \exists uv \in L(G) : v \neq \varepsilon, u \in L(G)\}$$

unentscheidbar ist.

4. Wir betrachten die Einschränkung des Postschen Korrespondenzproblems, bei dem nur Wörter aus dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ erlaubt sind. Dieses Problem nennen wir 0/1-PKP.

a) Geben Sie für folgende Instanzen des 0/1-PKP eine Lösung an oder zeigen Sie, dass es nicht lösbar ist.

- $(10, 1), (11, 01), (01, 0), (0, 010)$
- $(01, 1), (110, 011), (01, 10), (0, 011)$
- $(1, 10), (0, 00), (01, 0), (1, 111)$

b) Zeigen Sie, dass 0/1-PKP unentscheidbar ist.