Theoretische Informatik 2

Gewertete Aufgaben, Blatt 4

Abgabe:Bis 3.6.13, 12.00 ins Postfach Ihrer Tutorin/Ihres Tutors
Besprechung: KW 23

---

1. (25%=5×5%) Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

a) Sei $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \Delta, F)$ eine DTM, die $L \subseteq \Sigma^*$ semi-entscheidet und sei $\mathcal{A}' = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \Delta, Q \setminus F)$. Dann semi-entscheidet $\mathcal{A}'$ das Komplement $\Sigma^* \setminus L$.

b) Ist $L \subseteq \Sigma^*$ nicht entscheidbar, so ist L oder $\overline{L} = \Sigma^* \setminus L$ nicht semi-entscheidbar.

c) Wenn $L \subseteq \Sigma^*$ entscheidbar ist, dann hält jede DTM $\mathcal{A}$ mit $L(\mathcal{A}) = L$ auf allen Eingaben nach endlich vielen Schritten.

d) Wenn $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ jeweils semi-entscheidbar sind, dann ist auch $L_1 \cdot L_2$ semi-entscheidbar.

e) Sei $L \subseteq \Sigma^*$ entscheidbar. Dann ist auch jede Teilmenge von L entscheidbar.

2. (20%=2× 10%) Zeigen Sie, dass folgende Sprachen unentscheidbar sind, indem Sie jeweils Reduktionen von bereits als unentscheidbar nachgewiesenen Sprachen angeben:

a) $\{\mathsf{code}(\mathcal{A}) \mid \mathcal{A} \text{ ist DTM und } ab \in L(\mathcal{A})\}$

b) $\{\mathsf{code}(\mathcal{A}) \mid \mathcal{A} \text{ ist DTM und es gilt } \forall u, v \in \Sigma^* : uv \in L(\mathcal{A}) \Longrightarrow u \in L(\mathcal{A})\}$

3. (25%) Zeigen Sie, dass weder das Äquivalenzproblem für DTM

$$\mathsf{ÄQ} = \{\langle \mathsf{code}(\mathcal{A}), \mathsf{code}(\mathcal{A}_2)\rangle \mid \mathcal{A}_1 \text{ und } \mathcal{A}_2 \text{ ist DTM und } L(\mathcal{A}_1) = L(\mathcal{A}_2)\}$$

semi-entscheidbar ist noch das Komplement $\overline{\mathsf{ÄQ}}$ von $\mathsf{ÄQ}$.

Hinweis: Hinweis: Reduzieren Sie dazu (1.) das Komplement des Halteproblems auf $\overline{\mathsf{ÄQ}}$ und (2.) das Komplement des Halteproblems auf $\mathsf{ÄQ}$ und zeigen Sie (3.) dass, daraus folgt, dass weder $\mathsf{ÄQ}$ noch $\overline{\mathsf{ÄQ}}$ semi-entscheidbar ist.

4. (30%=3× 10%) Sind die folgenden Sprachen entscheidbar? Geben Sie kurze Begründungen an. Sie dürfen bei Unentscheidbarkeit den Satz von Rice anwenden.

a) $\{\mathsf{code}(\mathcal{A}) \mid \mathcal{A} \text{ ist DTM und } L(\mathcal{A}) \text{ ist kontextfrei}\}$

b) $\{\mathsf{code}(\mathcal{A}) \mid \mathcal{A} \text{ ist DTM und } L(\mathcal{A}) \subseteq L \text{ für eine kontextfreie Sprache } L\}$

c) $\{\mathsf{code}(\mathcal{A}) \mid \mathcal{A} \text{ ist DTM und } \mathcal{A} \text{ akzeptiert } \mathsf{code}(\mathcal{A}) \text{ nach maximal } |\mathsf{code}(\mathcal{A})| \text{ Schritten.}\}$