AG Theorie der künstlichen Intelligenz
FB Mathematik und Informatik, Universität Bremen
Prof. Dr. Carsten Lutz

MZH 3090
clu@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-64431

6. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik"

Aufgabe 26: 20%

Bestimme, in welchen Fällen $(\mathcal{T}, \mathcal{A}) \models C(a)$ gilt. Begründe Deine Antwort. Wenn diese negativ ist, gib eine Interpretation an, die $(\mathcal{T}, \mathcal{A}) \not\models C(a)$ beweist. Tipp: Open World Semantik von ABoxen nochmal genau anschauen!

(a) $\mathcal{T} = \{\exists r.\exists r.A \sqsubseteq \exists s.A\}$, $\mathcal{A} = \{r(a,b)\}$, $C = \exists r.A \sqcap \exists s.A$;

(b) $\mathcal{T} = \emptyset$, $\mathcal{A} = \{r(a,b), r(a,c), A(b), A(c)\}$, $C = \forall r.A$;

(c) $\mathcal{T} = \emptyset$, $\mathcal{A} = \{A(a), r(a,b), \neg B(b), \exists r.B(a)\}$, $C = \bot$;

(d) $\mathcal{T} = \{A \sqsupseteq \exists r.B, B \sqsupseteq \exists r.\neg B\}$, $\mathcal{A} = \{r(a,b), r(b,c), r(a,c)\}$, $C = A$.

Aufgabe 27: 20%

Entscheide Konsistenz der folgenden Wissensbasen $\mathcal{K} = (\mathcal{T}, \mathcal{A})$ mittels Vervollständigung.

(a) $\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq (\neg A \sqcup \forall r.\neg A) \sqcap (A \sqcup \forall r.A)\}$, $\mathcal{A} = \{r(a,b), r(b,a)\}$;

(b) $\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq A \sqcup \forall r.A\}$, $\mathcal{A} = \{\forall r.\neg A(a), r(a,b), r(a,c), r(b,c)\}$.

Wenn $\mathcal{K}$ konsistent ist, gib eine ABox $\mathcal{A}'$ an, so dass $(\mathcal{T}, \mathcal{A}')$ eine Vervollständigung von $\mathcal{K}$ ist und C_a erfüllbar bzgl. $\mathcal{T}$ für alle $a \in \mathsf{Ind}(\mathcal{A})$. Gib diese Konzepte C_a ebenfalls an sowie jeweils ein Modell $\mathcal{I}_a$ für C_a und $\mathcal{T}$ und das Modell $\mathcal{I}$ von $\mathcal{K}$, das man aus den Einzelmodellen $\mathcal{I}_a$ wie im Beweis von Lemma 6.8 enthält. Wenn $\mathcal{K}$ inkonsistent ist, beschreibe warum die Erfüllbarkeitstests der Konzepte C_a für jede Vervollständigung fehlschlagen. Es ist nicht notwendig, *alle* Vervollständigungen explizit anzugeben.

Aufgabe 28: 20%

Berechne alle Antworten auf die folgenden konjunktiven Anfragen q bzgl. der umseitigen Interpretation $\mathcal{I}$:

(a) $q(x) = \exists y_1 \exists y_2 \, r(x, y_1) \wedge r(x, y_2) \wedge A(y_1) \wedge A(y_2)$

(b) $q(x_1, x_2, x_3) = r(x_1, x_2) \wedge r(x_1, x_3) \wedge A(x_2) \wedge A(x_3)$

Aufgabe 29: 20%

Sei $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq \forall r.B \sqcup \forall r.\exists r.B\}$ und $\mathcal{A} = \{r(a,b), A(b), r(b,c), r(a,c)\}$. Berechne alle Antworten auf die folgenden konjunktiven Anfragen q bzgl. $\mathcal{K} = (\mathcal{T}, \mathcal{A})$:

(a) $q(x) = \exists y_1 \exists y_2 \, r(x, y) \wedge r(y_1, y_2) \wedge B(y_2)$

(b) $q(x_1, x_2) = \exists y \, r(x_1, x_2) \wedge r(x_2, y) \wedge B(y)$

Aufgabe 30: 20%

Manche konjunktive Anfragen, von denen man dies zunächst nicht erwarten würde, lassen sich mit Hilfe eines Tricks als Instanzanfrage ausdrücken. Reserviere dazu einen Konzeptnamen X, der in ABoxen nicht verwendet werden darf, wohl aber in Instanzanfragen.

(a) Betrachte die Instanzanfrage $C = (X \sqcap \exists r.X) \sqcup (\neg X \sqcap \exists r.\neg X)$ und die konjunktive Anfrage $q(x) = r(x,x)$. Zeige, dass für alle ABoxen $\mathcal{A}$ die Antworten auf C mit den Antworten auf $q(x)$ übereinstimmen.

(b) Betrachte die konjunktive Anfrage $q'(x) = \exists y \, r(x,y) \wedge r(y,x)$. Finde eine Instanzanfrage C' so dass für alle ABoxen $\mathcal{A}$ die Antworten auf C' mit den Antworten auf $q'(x)$ übereinstimmen.

Die TBox wird hier jeweils als leer angenommen.

Aufgabe 31: 20% (Zusatzaufgabe)

Zeige, dass die Beantwortung von Anfragen in folgenden erweiterten Anfragesprachen auf die Beantwortung von normalen konjunktiven Anfragen reduziert werden kann (bzgl. $\mathcal{ALC}$-Wissensbasen):

(a) *Konjunktive Anfragen mit Gleichheit*, in denen auch Atome der Form $v = v'$ vorkommen dürfen.

(b) *Konjunktive Anfragen mit Konstanten*, in denen an Stelle von Variablen v in Konzept- und Rollenatomen auch Individuennamen a vorkommen dürfen.

Interpretation $\mathcal{I}$: