Prof. Carsten Lutz/Dr. Stefan Göller/Dr. Thomas Schneider SS 2011

Theoretische Informatik 2

Gewertete Aufgaben, Blatt 3

Abgabe:Bis 23.5.11 ins Postfach Ihres Tutors *Besprechung: KW 21*

1. (60%=6×10%) Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

a) Sei $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \Delta, F)$ eine DTM, die $L \subseteq \Sigma^*$ partiell entscheidet und sei $\mathcal{A}' = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \Delta, Q \setminus F)$. Dann entscheidet $\mathcal{A}'$ das Komplement $\Sigma^* \setminus L$ partiell.

b) Ist $R \subseteq (\Sigma^*)^n$ nicht entscheidbar, so ist R oder $\overline{R} = (\Sigma^*)^n \setminus R$ nicht partiell entscheidbar.

c) Wenn $L \subseteq \Sigma^*$ entscheidbar ist, dann hält jede DTM $\mathcal{A}$ mit $L(\mathcal{A}) = L$ auf allen Eingaben nach endlich vielen Schritten.

d) Wenn $R \subseteq (\Sigma^*)^2$ rekursiv aufzählbar ist, dann ist auch $\{(y, x) \mid (x, y) \in R\}$ rekursiv aufzählbar.

e) Wenn $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ jeweils partiell entscheidbar sind, dann ist auch $L_1 \cdot L_2$ partiell entscheidbar.

f) Sei $\mathcal{A}$ ein LBA mit $L(\mathcal{A}) \subseteq \Sigma^*$. Dann ist $\Sigma^* \setminus L(\mathcal{A})$ entscheidbar.

2. (30%=3×10%) Für die folgenden Aufgaben dürfen Sie alle Funktionen verwenden, die bereits der Vorlesung als primitiv-rekursiv nachgewiesen wurden. Zeigen Sie von folgenden Funktionen, dass sie primitiv-rekursiv sind. Wenn Sie eine Funktion durch primitive Rekursion definieren, dann geben Sie bitte explizit die Funktionen g und h wie in der 2. Hälfte von Beispiel 14.4 im Skript an.

a) $\mathsf{sub} : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ mit

$$\mathsf{sub}(x, y) \;=\; \begin{cases} x - y & \text{falls } x \geq y \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

b) $\mathsf{dist} : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ mit

$$\mathsf{dist}(x, y) \;=\; \begin{cases} x - y & \text{falls } x \geq y \\ y - x & \text{sonst.} \end{cases}$$

c) $\mathsf{fak} : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $\mathsf{fak}(x) \;= x!$

Hinweis: Es gilt $0! = 1$.

3. (10%) Seien $g_1, g_2 : \mathbb{N}^m \to \mathbb{N}$ und $h_1, h_2 : \mathbb{N}^{m+3} \to \mathbb{N}$ Funktionen. Man sagt, dass die Funktionen $f_1, f_2 : \mathbb{N}^{m+1} \to \mathbb{N}$ durch simultane Rekursion aus g_1, g_2, h_1, h_2 hervorgehen, wenn für jedes $i \in \{1, 2\}$ gilt:

$$\begin{aligned} f_i(x_1, \ldots, x_m, 0) &= g_i(x_1, \ldots, x_m) \\ f_i(x_1, \ldots, x_m, y{+}1) &= h_i(x_1, \ldots, x_m,\ f_1(x_1, \ldots, x_m, y),\ f_2(x_1, \ldots, x_m, y),\ y) \end{aligned}$$

Zeigen Sie: Wenn g_1, g_2, h_1, h_2 primitiv-rekursiv sind, dann sind auch f_1, f_2 primitiv-rekursiv.