

5. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik“

Aufgabe 21: 25%

Verwende Typelimination, um die folgenden Erfüllbarkeitsprobleme zu entscheiden:

- (a) $C_0 = A$ bzgl. der TBox $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq \exists r.A, \top \sqsubseteq A, \forall r.A \sqsubseteq \exists r.A\}$
- (b) $C_0 = \forall r.\forall r.\neg B$ bzgl. der TBox $\mathcal{T} = \{\neg A \sqsubseteq B, A \sqsubseteq \neg B, \top \sqsubseteq \neg \forall r.A\}$

Gib jeweils die konstruierte Folge $\Gamma_0, \Gamma_1, \dots$ an. Im Fall von Erfüllbarkeit gib das Modell aus dem Beweis von Proposition 5.5 an. Beim Wandeln der TBox in Normalform können Inklusionen der Form $\top \sqsubseteq C$ direkt in C gewandelt werden (anstatt in $\neg \top \sqcup C$).

Aufgabe 22: 25%

Erweitere den Typeliminationsalgorithmus aus der Vorlesung auf die Beschreibungslogik $\mathcal{ALCT}$, also auf $\mathcal{ALC}$ mit inversen Rollen. Wende den erweiterten Algorithmus auf folgende Eingaben an und überprüfe, ob das richtige Ergebnis geliefert wird:

- $C_0 = \top, \mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq \exists r.A \sqcap \forall r^-. \neg A\}$
- $C_0 = \top, \mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq \exists r^-. A \sqcap \forall r. \neg A\}$

Aufgabe 23: 25%

Betrachte die folgenden EXPTIME-Spiele und bestimme, ob Spieler 2 eine Gewinnstrategie hat. Wenn dies der Fall ist, gib die Strategie an. Wenn nicht, beschreibe, wie Spieler 1 spielen muss, um zu gewinnen. In allen Spielen weist die Anfangsbelegung π_0 allen Variablen “falsch” zu.

- (a) $\varphi = (p_1 \wedge p_2 \wedge \neg q_1) \vee (p_3 \wedge p_4 \wedge \neg q_2) \vee \neg(p_1 \vee p_4) \wedge q_1 \wedge q_2, \Gamma_1 = \{p_1, \dots, p_4\}, \Gamma_2 = \{q_1, q_2\};$
- (b) $\varphi = ((p_1 \leftrightarrow \neg q_1) \wedge (p_2 \leftrightarrow \neg q_2) \wedge (p_1 \leftrightarrow p_2)) \vee ((p_1 \leftrightarrow q_1) \wedge (p_2 \leftrightarrow q_2) \wedge (p_1 \leftrightarrow \neg p_2)), \Gamma_1 = \{p_1, p_2\}, \Gamma_2 = \{q_1, q_2\}.$

Aufgabe 24: 25%

Betrachte den $\mathcal{ALC}$ -Worlds Algorithmus auf der Eingabe

$$C_0 = \exists r.A \sqcap \exists r.B \sqcap \forall r.\exists r.A \sqcap \forall r.\forall r.\neg B$$

Gib den Rekursionsbaum

- (a) eines erfolgreichen Laufes und
- (b) eines nicht erfolgreichen Laufes

an. Liefert der Algorithmus auf dieser Eingabe ein positives oder negatives Ergebnis?

Aufgabe 25: 20% (Zusatzaufgabe)

Betrachte die Variation des Tableau-Algorithmus mit generellen TBoxen aus der Vorlesung, bei der (i) TBoxen *nicht* in die Normalform $\{\top \sqsubseteq C_{\mathcal{T}}\}$ gebracht werden und (ii) die TBox-Regel aus der Vorlesung durch folgende Regel ersetzt wird:

Neue TBox-Regel

- Wähle $v \in V$ und $C \sqsubseteq D \in \mathcal{T}$ so dass $C \in \mathcal{L}(v)$;
- Erweitere $\mathcal{L}(v)$ um D .

Zeige, dass der Algorithmus für $C_0 = A$ und $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq B, X \sqsubseteq \neg B, \neg X \sqsubseteq \neg B\}$ das falsche Ergebnis liefert.

Finde eine zusätzliche Regel, die den Algorithmus korrekt und vollständig macht.