AG Theorie der künstlichen Intelligenz
FB Mathematik und Informatik, Universität Bremen
Prof. Dr. Carsten Lutz

MZH 3090
clu@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-64431

3. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik“

Aufgabe 12: 25%

Beweise, dass die folgenden Formeln der Logik erster Stufe nicht in $\mathcal{ALC}$ ausdrückbar sind:

(a) $\exists y \exists z \, (\, r(x,y) \wedge r(x,z) \wedge r(y,z))$

(b) $\forall y \, (\, A(y) \rightarrow r(x,y)\,)$

Verwende Bisimulation und verfahre wie im Beweis von Theorem 3.3.

Aufgabe 13: 25%

Konstruiere das Unravelling der umseitig dargestellten Interpretation $\mathcal{I}$ an der Stelle e. Führe dazu zunächst Namen für die unbenannten Elemente ein. Halte Dich bei der Konstruktion exakt an Definition 3.5 aus der Vorlesung. Eine graphische Darstellung des Unravellings ist ausreichend.

Aufgabe 14: 25%

Sei $C = A$ und $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq \forall r.B, A \sqcap B \sqsubseteq \forall r.B, \neg B \sqsubseteq \exists r.A\}$. Konstruiere die Filtration des umseitig dargestellten Modells $\mathcal{J}$ bzgl. C und $\mathcal{T}$. Halte Dich bei der Konstruktion exakt an Definition 3.12 aus der Vorlesung. Eine graphische Darstellung der Filtration ist ausreichend.

Aufgabe 15: 25%

Für zwei Interpretation $\mathcal{I}_1$ und $\mathcal{I}_2$ mit $\Delta^{\mathcal{I}_1} \cap \Delta^{\mathcal{I}_2} = \emptyset$ ist die *disjunkte Vereinigung* $\mathcal{I}_1 \uplus \mathcal{I}_2$ die wie folgt definierte Interpretation:

$$\begin{array}{rcll} \Delta^{\mathcal{I}_1 \uplus \mathcal{I}_2} & = & \Delta^{\mathcal{I}_1} \cup \Delta^{\mathcal{I}_2} & \\ A^{\mathcal{I}_1 \uplus \mathcal{I}_2} & = & A^{\mathcal{I}_1} \cup A^{\mathcal{I}_2} & \text{für alle Konzeptnamen } A \\ r^{\mathcal{I}_1 \uplus \mathcal{I}_2} & = & r^{\mathcal{I}_1} \cup r^{\mathcal{I}_2} & \text{für alle Rollennamen } r \end{array}$$

Beweise:

(a) wenn $\mathcal{I}_1$ und $\mathcal{I}_2$ Modell einer TBox $\mathcal{T}$ sind, dann ist auch $\mathcal{I}_1 \uplus \mathcal{I}_2$ Modell von $\mathcal{T}$;

(b) jede generelle TBox hat entweder kein Modell oder unendlich viele Modelle;

(c) jede generelle TBox hat entweder kein Modell oder ein unendlich großes Modell.

Aufgabe 16: 20% (Zusatzaufgabe)

Wenn ein Konzept D syntaktisch ein Teil eines Konzeptes C ist, so heisst D *Teilkonzept von* C. Zum Beispiel ist $\exists r.A$ ein Teilkonzept von $\forall s.(B \sqcup \exists r.A)$. Jedes Konzept ist auch Teilkonzept von sich selbst.

Gib eine formale Definition die Menge $\mathsf{sub}(C)$ der Teilkonzepte eines Konzeptes C an. Verwende dabei Induktion über die Struktur von C. Beweise dann per Induktion über die Struktur von C, dass $|\mathsf{sub}(C)| \leq |C|$ gilt, für alle $\mathcal{ALC}$-Konzepte C.