AG Theorie der künstlichen Intelligenz
FB Mathematik und Informatik, Universität Bremen
Prof. Dr. Carsten Lutz

MZH 3090
clu@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-64431

2. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik“

Aufgabe 5: 30%

Beweise:

(a) $\exists r.C$ ist äquivalent zu $\neg\forall r.\neg C$ (bzgl. der leeren TBox);

(b) Für $\mathcal{T} = \{A \equiv \neg A \sqcup \exists r.C\}$ gilt: $\mathcal{T} \models \top \sqsubseteq \exists r.C$

(c) Für $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq \exists r.A,\ \neg A \sqsubseteq \exists s.B,\ \top \sqsubseteq \forall r.B \sqcap \forall s.A,\ A \sqcap B \sqsubseteq \bot\}$ gilt: $X \sqsubseteq \exists r.X$

Aufgabe 6: 20%

Beweise die offenen Punkte von Lemma 2.8: für alle generellen TBoxen $\mathcal{T}$ und $\mathcal{ALC}$-Konzepte C, D gilt:

(a) C ist erfüllbar bzgl. $\mathcal{T}$ gdw. $\mathcal{T} \not\models C \equiv \bot$

(b) $\mathcal{T} \models C \equiv D$ gdw. $\mathcal{T} \models \top \sqsubseteq C \leftrightarrow D$

Aufgabe 7: 20%

Betrachte das folgende Konzept und die folgende TBox:

$$C := \mathsf{Vater} \sqcap \neg\mathsf{Mensch} \qquad \mathcal{T} \ := \ \begin{array}{l}\{\mathsf{Mann} \sqsubseteq \neg\mathsf{Frau},\\ \ \mathsf{Mensch} \equiv \mathsf{Mann} \sqcup \mathsf{Frau}\\ \ \mathsf{Vater} \equiv \mathsf{Mann} \sqcap \exists \mathsf{hatKind}.\mathsf{Mensch}\ \}\end{array}$$

(a) Wandle $\mathcal{T}$ in eine definitorische TBox wie in Lemma 2.11, nenne das Resultat $\mathcal{T}'$;

(b) Expandiere $\mathcal{T}'$, nenne das Resultat $\mathcal{T}''$;

(c) Expandiere alle Konzeptnamen in C bzgl. $\mathcal{T}''$ wie im Beweis von Theorem 2.9.

Aufgabe 8: 30%

Für jedes der Interpretationspaare $\mathcal{I}_i, \mathcal{J}_i$ auf der gegenüberliegenden Seite bestimme ob es ein $\mathcal{ALC}$-Konzept C gibt mit $d \in C^{\mathcal{I}_i}$ und $e \notin C^{\mathcal{J}_i}$ oder umgekehrt. Wenn dies der Fall ist, gib das Konzept C explizit an. Wenn nicht, gib eine Bisimulation an, die zeigt, dass $(\mathcal{I}_i, d) \sim (\mathcal{J}_i, e)$.

Aufgabe 9: 20% (Zusatzaufgabe)

Eine *klassische TBox* $\mathcal{T}$ ist eine endliche Menge von Konzeptdefinitionen $A \equiv C$, so dass kein Konzeptname A in mehr als einer Definition auf der linken Seite vorkommt. Zyklische Definitionen sind zugelassen!

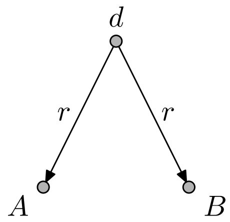
Die *unendliche Expansion* $\mathcal{T}_\infty$ von $\mathcal{T}$ ist wie folgt definiert. Zunächst ergibt sich die Folge $\mathcal{T}_0, \mathcal{T}_1, \ldots$ aus:

- $\mathcal{T}_0 = \mathcal{T}$
- $\mathcal{T}_{i+1}$ entsteht aus $\mathcal{T}_i$ wie folgt:
  ersetze alle Vorkommen von Konzeptnamen A auf der rechten Seite von Konzeptinklusionen in $\mathcal{T}_i$ durch das Konzept C wenn $A \equiv C \in \mathcal{T}_i$.

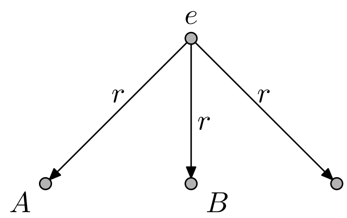
Dann ist $\mathcal{T}_\infty$ die *unendliche* TBox $\bigcup_{i \geq 0} \mathcal{T}_i$.

Beweise oder widerlege, dass für jede klassische TBox $\mathcal{T}$ gilt: $\mathcal{T}_\infty$ ist äquivalent zu $\mathcal{T}$ d.h. eine Interpretation $\mathcal{I}$ ist ein Modell von $\mathcal{T}$ gdw. sie ein Modell von $\mathcal{T}_\infty$ ist.

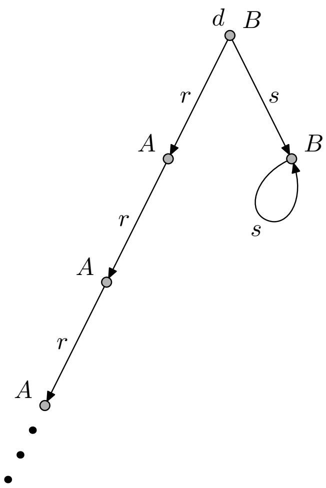
$\mathcal{I}_1$:



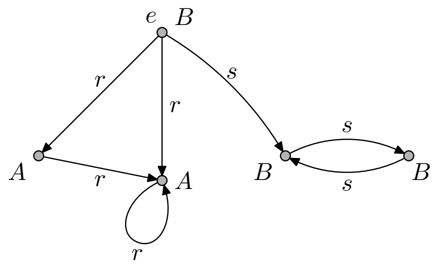
$\mathcal{J}_1$:



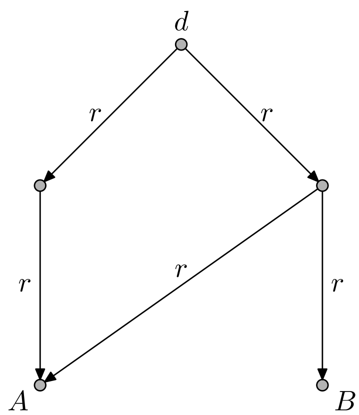
$\mathcal{I}_2$:



$\mathcal{J}_2$:



$\mathcal{I}_3$:



$\mathcal{J}_3$: