Dr. Stefan Göller Sommersemester 2010

Graphentheorie

Übungsblatt 2

Abgabe: 03.05.10 vor der Vorlesung *Besprechung: 05.05.10*

---

1. (20%) Ein Automorphismus eines Graphen $G = (V, E)$ ist eine Abbildung $\varphi : V \to V$, so dass für alle $x, y \in V$ gilt: $\{x, y\} \in E$ genau dann, wenn $\{\varphi(x), \varphi(y)\} \in E$. Sei G ein Baum und φ ein Automorphismus von G. Zeigen Sie, dass dann φ einen Knoten oder eine Kante von G fest lässt, d.h.

$$\exists x \in V : \varphi(x) = x \qquad \text{oder} \qquad \exists \{x, y\} \in E : \{x, y\} = \{\varphi(x), \varphi(y)\}.$$

2. (20%) Ein *Spannbaum* eines Graphen $G = (V, E)$ ist ein Teilgraph $G' = (V', E')$ von G so dass G' ein Baum mit $V' = V$ ist. Zeigen Sie mittels der in der Vorlesung behandelten Charaktisierung von Bäumen, dass jeder zusammenhängende Graph einen Spannbaum besitzt.

3. (20%) Zeigen Sie, dass der K_7 auf der Oberfläche eines Torus eingebettet werden kann.

4. (20%) Für $n \geq 1$ sei X_n die Menge aller Teilmengen von $\{1, \ldots, n\}$. Sei G_n der Graph mit der Knotenmenge X_n, für den zwei Knoten A und B durch eine Kante verbunden sind genau dann, wenn $A \cap B = \emptyset$ gilt.

Beweisen Sie, dass G_n für alle bis auf endlich viele n *nicht* planar ist.

5. (20%) Bestimmen Sie für jedes Paar $(m, n) \in \mathbb{N}^2$ mit $\max(m, n) \geq 2$ das maximale k so, dass $K_{m,n}$ ein k-zusammenhängender Graph ist.

`www.informatik.uni-bremen.de/tdki/lehre/ss10/graphen/`