AG Theorie der künstlichen Intelligenz
FB Mathematik und Informatik, Universität Bremen
Prof. Dr. Carsten Lutz

MZH 3090
clu@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-64431

3. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik und Ontologiesprachen“

Aufgabe 10: 9 Punkte

Für jedes der Interpretationspaare $\mathcal{I}_i, \mathcal{J}_i$ in Anhang I, bestimme ob es ein $\mathcal{ALC}$-Konzept C gibt mit $d \in C^{\mathcal{I}_i}$ und $e \notin C^{\mathcal{J}_i}$ oder umgekehrt. Wenn dies der Fall ist, gib das Konzept C explizit an. Wenn nicht, zeige dass $(\mathcal{I}_i, d) \sim (\mathcal{J}_i, e)$.

Aufgabe 11: 6 Punkte

Konstruiere das Unravelling der Interpretation $\mathcal{J}_2$ in Anhang I an der Stelle e. Führe dazu zunächst Namen für die unbenannten Elemente ein. Halte Dich bei der Konstruktion exakt an Definition 3.5 aus der Vorlesung. Eine graphische Darstellung des Unravellings ist ausreichend.

Aufgabe 12: 6 Punkte

Sei $C = A$ und $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq \forall r.B, A \sqcap B \sqsubseteq \forall r.B, \neg B \sqsubseteq \exists r.A\}$. Konstruiere die Filtration des Modells in Anhang II bzgl. C und $\mathcal{T}$. Halte Dich bei der Konstruktion exakt an Definition 3.12 aus der Vorlesung.

Aufgabe 13: 10 Punkte

Beweise oder widerlege:

(a) Jede generelle TBox hat mindestens ein Modell.

(b) Jede generelle TBox hat entweder kein Modell oder unendlich viele Modelle.

(c) Es gibt eine generelle TBox, die ein Modell hat und deren Modelle alle endlich sind.

(d) $\mathcal{ALC}$ hat zwar die Baummodelleigenschaft und die endliche Modelleigenschaft, aber nicht die *endliche Baummodelleigenschaft*: es gibt ein Konzept C und eine generelle TBox $\mathcal{T}$, so dass C erfüllbar bzgl. $\mathcal{T}$ und jedes Modell von C und $\mathcal{T}$ entweder unendlich ist oder nicht baumförmig.

Die Resultate aus Kapitel 3 dürfen verwendet werden.

Aufgabe 14: 5 Punkte (Zusatzaufgabe)

Beweise, dass die folgende Formel der Logik erster Stufe nicht in $\mathcal{ALC}$ ausdrückbar ist:

$$\exists y, z\,.(\,r(x,y) \wedge r(x,z) \wedge r(y,z))$$

Verwende Bisimulation und verfahre wie im Beweis von Theorem 3.3.

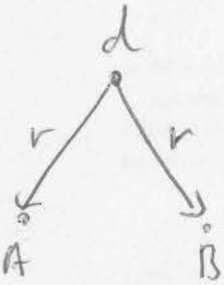
Aufgabe 15: 10 Punkte (Zusatzaufgabe)

Wenn ein Konzept D syntaktisch ein Teil eines Konzeptes C ist, so heisst D *Teilkonzept von* C. Zum Beispiel ist $\exists r.A$ ein Teilkonzept von $\forall s.(B \sqcup \exists r.A)$. Jedes Konzept ist auch Teilkonzept von sich selbst.

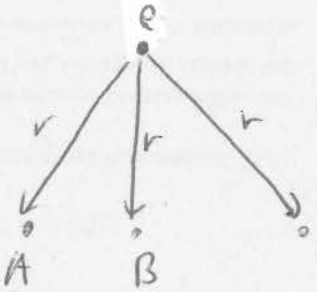
Gib eine formale Definition die Menge $\mathsf{sub}(C)$ der Teilkonzepte eines Konzeptes C an. Verwende dabei Induktion über die Struktur von C. Beweise dann per Induktion über die Struktur von C, dass $|\mathsf{sub}(C)| \leq |C|$ gilt, für alle $\mathcal{ALC}$-Konzepte C.

Anhang I

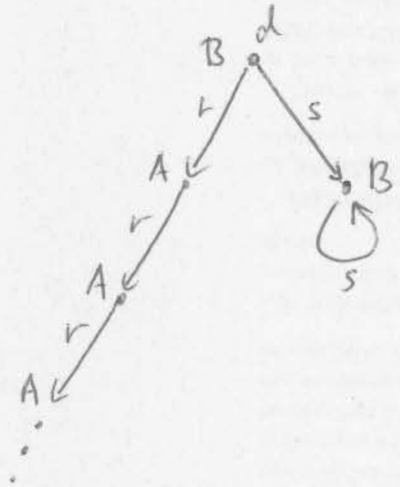
I_1



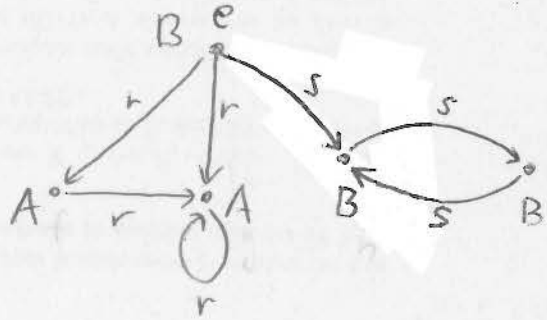
J_1



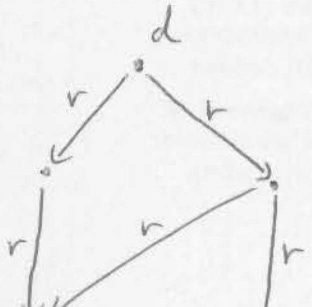
I_2



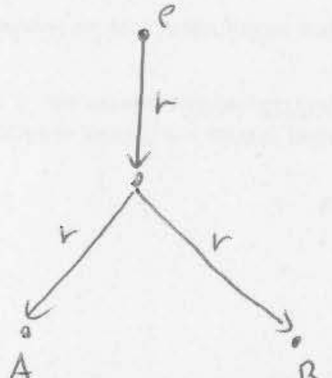
J_2



I_3



J_3



Anhang II