

## 5. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Komplexitätstheorie“

### Aufgabe 21: 10 Punkte

Zur Erinnerung: Für eine DTM  $M$  ist  $L(M)$  die Menge aller Worte  $w \in \Sigma^*$ , die von  $M$  akzeptiert werden. Auf Worten  $w \in \Sigma^* \setminus L(M)$  kann  $M$  entweder im verwerfenden Zustand anhalten oder nicht terminieren.

Betrachte die folgende Variante von PSPACE, in deren Definition im Gegensatz zur Version aus der Vorlesung nicht gefordert wird, dass die DTM auf jeder Eingabe anhält:

$$\text{PSPACE}' := \{L \subseteq \Sigma^* \mid \exists \mathcal{O}(s)\text{-platzbeschränkte DTM } M \text{ mit } L(M) = L\}$$

Zeige, dass  $\text{PSPACE} = \text{PSPACE}'$ .

### Aufgabe 22: 10 Punkte

Beweise  $\text{NP} \subseteq \text{PSPACE}$  ohne das Theorem von Savitch zu verwenden.

Hinweis: Finde deterministischen Algorithmus, der *alle* Berechnungen einer NP-Maschine auf Akzeptanz hin überprüft und nur polynomiellen Platz benötigt.

### Aufgabe 23: 10 Punkte

Verwende Auswertungsbäume, um zu entscheiden, ob die folgenden QBFs gültig sind:

- $\forall p_1 \exists p_2 \forall p_3 (p_2 \rightarrow (p_1 \vee p_3))$
- $\forall p_1 \exists p_2 \forall p_3 ((p_1 \vee p_2) \rightarrow p_3)$

### Aufgabe 24: 10 Punkte

Zeige, dass

- $\lceil \log(n) \rceil$  platzkonstruierbar ist;
- wenn  $s$  und  $s'$  platzkonstruierbar sind, dann auch  $s + s'$  und  $s \cdot s'$ .

### Aufgabe 25: 10 Punkte (Zusatzaufgabe)

Beweise, dass der Platzverbrauch jeder DTM um jeden konstanten Faktor reduziert werden kann. Genauer: für jede  $s$ -platzbeschränkte DTM  $M$  und Konstante  $c$  gibt es eine  $\frac{1}{c} \cdot s$ -platzbeschränkte DTM  $M'$  mit  $L(M) = L(M')$ .

Hinweis: Vergrößere das Arbeitsalphabet.